

Подготовка к сдаче ОГЭ по математике в условиях семейного образования

*Долженко Игорь Валентинович,
заведующий кафедрой
естественнонаучных
и математических дисциплин
АУ «Институт развития образования»,
кандидат физико-математических наук*

Основной государственный экзамен (далее - ОГЭ) – важный этап в жизни каждого школьника, в том числе для детей, получающих образование и обучение вне организации, осуществляющей образовательную деятельность - в форме семейного образования.

Цель консультации - помочь детям и родителям организовать эффективный процесс подготовки к экзамену.

Целью подготовки к ОГЭ является формирование прочной базы математических знаний и умений, необходимых для успешного прохождения экзамена.

Задачи:

1. Освоение основных математических понятий и формул.
2. Развитие навыков решения задач различного типа.
3. Психологическая подготовка к экзамену: развитие уверенности и умения справляться со стрессом.

Организация учебного процесса

1. *Планирование:*
 - Составьте план занятий, разбив материал на блоки и установив сроки их изучения.
 - Включите регулярные повторения пройденного материала.
2. *Выбор учебных материалов:*
 - Используйте учебники, сборники задач и тестов, ориентированные на требования ОГЭ.
 - Рассмотрите возможность использования онлайн-курсов и видеоуроков.
3. *Практическая работа:*
 - Регулярно решайте задачи различной степени сложности.
 - Практикуйтесь на демоверсиях экзаменационных работ.
4. *Повторение и закрепление:*
 - Возвращайтесь к уже изученному материалу для его закрепления.
 - Анализируйте ошибки и исправляйте их.
5. *Пробные экзамены:*
 - Проводите периодические пробные экзамены в условиях, близких к реальным.
 - Оценивайте результаты и выявляйте проблемные области.
6. *Психологическая поддержка:*
 - Учите ребёнка техникам расслабления и концентрации.
 - Поддерживайте его эмоционально, помогая справляться с тревогой перед экзаменом.
7. *Консультации с профессионалами:*
 - При необходимости привлекайте репетиторов или наставников для разъяснений сложных вопросов.

Рекомендации для родителей

1. Будьте терпеливы и поддерживайте ребёнка на каждом этапе подготовки.
2. Создайте благоприятную атмосферу для учёбы, обеспечьте удобное рабочее место.
3. Поощряйте самостоятельность и инициативу ребёнка в процессе обучения.

4. Регулярно обсуждайте с ребёнком его успехи и трудности, предлагайте помощь там, где это нужно.

Заключение

Эффективная подготовка к ОГЭ по математике возможна даже в условиях семейного образования. Главное – системный подход, внимание к психологическому состоянию ребёнка. Следуя этим рекомендациям, вы сможете обеспечить Вашему ребёнку наилучшую подготовку и высокие результаты на экзамене.

Особенности сдачи ОГЭ для обучающихся, выбравших семейную форму образования

В соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ (ред. от 08.08.2024) «Об образовании в Российской Федерации» (с изм. и доп., вступ. в силу с 01.09.2024) обязательной аттестацией для всех обучающихся детей вне зависимости от выбранной формы получения образования является государственная итоговая аттестация по образовательным программам основного общего образования (далее – ГИА (9)).

Для детей, выбравших семейную форму образования, есть нюансы. Многие родители для прохождения аттестации выбирают онлайн платформы. Однако не все онлайн платформы имеют необходимую аккредитацию для приема экзамена в формате ОГЭ.

Что делать?

В начале 9-го, а еще лучше уже в 8-м классе узнать, подходит ли Ваша аттестационная платформа для сдачи ОГЭ. Если подходит, то уточнить условия проведения консультаций и экзаменов.

Если платформа не организует сдачу экзаменов, то необходимо уточнить в муниципальном органе управления образованием в какой общеобразовательной организации Вы можете сдать ОГЭ. Необходимо еще в начале учебного года сверить список предметов. Иногда бывают расхождения между учебными планами онлайн платформ и школы, где будет сдаваться ОГЭ. Разницу необходимо будет «досдать», так как аттестат выдает школа, а не онлайн платформа!

Для прохождения промежуточной и (или) государственной итоговой аттестации необходимо зачислить ребенка в контингент обучающихся общеобразовательной организации в качестве экстерна. После зачисления («прикрепление к образовательной организации») образовательная организация:

- регистрирует ребенка в автоматизированной информационной системе «Государственная итоговая аттестация» (АИС «ГИА»), системе, предназначенной для проведения государственной итоговой аттестации;

- определяет дни консультаций;
- информирует о сроках проведения экзаменов.

Каждый ученик, не зависимо от формы обучения, должен освоить основную образовательную программу, разработанную в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования (далее – ФГОС ООО) и пройти аттестации:

- промежуточную – например, за четверть или год, для перевода в следующий класс;
- итоговую – ОГЭ для получения аттестата.

Промежуточная аттестация – это проверка и оценка знаний и умений учащихся за определённый период времени обучения.

Промежуточная аттестация может проводиться:

- один раз в четверть, полугодие, год.
- в устной, письменной или комбинированной форме – ответы по билетам, контрольные работы, тесты, рефераты и т. д.

- очно или дистанционно.

Все условия проведения промежуточной аттестации фиксируются в договоре родителя (законного представителя) обучающегося с образовательной организацией. Поэтому если Вы планируете переводить ребенка на семейную форму образования, то лучше заранее узнать, как учебное заведение аттестует хоумскулеров¹.

Дети, находящиеся на семейной форме образования, сдают ОГЭ на общих основаниях. К экзаменам допускают только тех школьников, у которых есть оценки за промежуточную аттестацию.

Сдача происходит в той школе, с которой заключен договор (необязательно по месту жительства или прописки).

Даже если все 9 лет ребенок находился на семейной форме образования, сдавать ОГЭ он обязан по общим правилам:

- в даты, утвержденные на государственном уровне. Даже если хоумскулер освоил программу девятого класса раньше сверстников, он не может сдать экзамен досрочно;
- в школе, с которой заключен договор, вместе с другими учениками. Процедура сдачи будет такой же, как и у детей на очном обучении;
- стандартный набор предметов – русский язык и математика в обязательном порядке и две дисциплины на выбор. При этом необходимо пройти и устное собеседование, которое с 2019 года является допуском к письменной части ОГЭ. Время выполнения – по утвержденным нормативам (например, 3 ч 55 мин по основным предметам);
- у школьника не должно быть академической задолженности. При наличии долгов по промежуточной аттестации к экзаменам не допустят.

После успешной сдачи экзаменов ребенок, находящийся на семейной форме образования, получит государственный аттестат – такой же, как и другие ученики, которые обучаются в школе.

В документе не будет каких-либо пометок о том, что школьник учился на семейной форме обучения. В нем будут указаны оценки, полученные за промежуточную аттестацию и экзамены.

Примеры оценивания решений заданий 20 – 25 из ОГЭ по математике с краткими комментариями

Задание 20

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$.

Решение.

Пусть $t = \frac{1}{x-1}$, тогда уравнение принимает вид:

$$t^2 + 3t - 10 = 0,$$

откуда $t = -5$ или $t = 2$.

Уравнение $\frac{1}{x-1} = -5$ имеет корень $\frac{4}{5}$.

Уравнение $\frac{1}{x-1} = 2$ имеет корень $\frac{3}{2}$.

Таким образом, решение исходного уравнения: $x = \frac{4}{5}$ и $x = \frac{3}{2}$.

¹ Хоумскулер (homeschooler) — это ребенок, который находится на домашнем или семейном обучении, то есть изучает общеобразовательную программу без посещения школы.

Ответ: $\frac{4}{5}; \frac{3}{2}$.

Комментарий. Другой способ состоит в приведении уравнения к системе

$$\begin{cases} x^2 - 2,3x + 1,2 = 0, \\ x \neq 1. \end{cases}$$

Критерии оценивания выполнения задания 20

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Пример 1.

$$\begin{aligned} & \sqrt{20} \\ & \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0 \\ & \text{Пусть } \frac{1}{x-1} = t, \text{ тогда} \\ & t^2 + 3t - 10 = 0 \\ & D = 9 + 40 = 49 \\ & \begin{cases} t = (-3+7) \cdot \frac{1}{2} \\ t = (-3-7) \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -5 \end{cases} \\ & \begin{cases} \frac{1}{x-1} = 2 \\ \frac{1}{x-1} = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2x+2}{x-1} = 0 \\ \frac{1+5x-5}{x-1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x=0 \\ 5x-4=0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ x = 0,8 \\ x \neq 1 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,5 \\ x = 0,8 \end{cases} \\ & \text{Ответ: } \frac{3}{2}, 0,8 \text{ и } 1,5 \end{aligned}$$

Комментарий. Все этапы решения присутствуют, корни найдены верно.

Оценка 2 балла.

Замечание. Очень важно, что обратной замене переменных указана ОДЗ, т.е. что знаменатель дроби не может быть равен 0. За отсутствие в решении этого факта эксперты часто снижают оценку до 0 баллов, потому что при решении уравнения $\frac{1}{x} = b$ обычно используют алгоритм решения дробно-рациональных уравнения с обязательным указанием на условие $x \neq 0$. При решении можно воспользоваться тем, что x и b взаимно обратны или свойством пропорций, но это необходимо обговаривать, а это обычно не делают.

Пример 2.

$$20. \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} - 10 = 0$$

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} = 10$$

$$\frac{1+3 \cdot (x-1)}{(x-1)^2} = \frac{10}{1}$$

$$\frac{1+3x-3}{(x-1)^2} = \frac{10}{1}$$

$$\frac{3x-2}{(x-1)^2} = \frac{10}{1}$$

$$OD3: (x-1)^2 \neq 0$$

$$\frac{3x-2 \cdot 1}{(x-1)^2 \cdot 10}$$

$$\frac{3x-2}{(x^2-2x+1) \cdot 10}$$

$$\frac{3x-2}{10x^2-20x+10}$$

$$10x^2-20x+10 \neq 0 (:10)$$

$$x^2-2x+1 \neq 0$$

$$D = 4b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 4 - 4 = 0 (=0)$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 - \sqrt{0}}{2 \cdot 1} = 1 - \text{посторонний корень.}$$

$$3x-2=0; 3x=2; x=\frac{2}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{2}{3}$$

Комментарий. На определенном этапе вместо решения уравнения, школьник приравнял отдельно числитель и знаменатель нулю и стал решать 2 полученных уравнения, поэтому найденные решения не имеют никакого отношения к исходному уравнению.

Оценка 0 баллов.

Задание 21.

Два автомобиля одновременно отправляются в 880-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 30 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 3 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

Решение.

Пусть скорость первого автомобиля v км/ч, тогда скорость второго автомобиля $v - 30$ км/ч.

Получаем уравнение:

$$\frac{880}{v-30} - \frac{880}{v} = 3;$$

$$880v - 880v + 26400 = 3v^2 - 90v;$$

$$v^2 - 30v - 8800 = 0,$$

откуда $v = 110$.

Ответ: 110 км/ч.

Критерии оценивания выполнения задания 21

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Пример 1.

~21
 Пусть скорость второго автомобиля = $x \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, тогда скорость первого $(x+30) \frac{\text{км}}{\text{ч}}$, время, за которое первый прибыл к финишу $\left(\frac{880}{x+30}\right) \text{ч}$, время, за которое прибыл к финишу второй = $\left(\frac{880}{x}\right) \text{ч}$.
 По условию: $\frac{880}{x+30} - \frac{880}{x} = 3$
 Решим это уравнение
 $\frac{880}{x+30} - \frac{880}{x} = 3 \Leftrightarrow \frac{880x - 880(x+30) - 880 \cdot 30}{x(x+30)} + 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{-880 \cdot 30 + 3x^2 + 90x}{x(x+30)} = 0$
 $\begin{cases} x^2 + 30x - 8800 = 0 \\ x \neq 0 \\ x \neq -30 \end{cases}$
 $x^2 + 30x - 8800 = 0$
 $D_1 = 225 + 8800 = 9025$
 $\begin{cases} x = -15 + 95 \\ x = -15 - 95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 80 \\ x = -110 \end{cases}$
 Т.к. скорость не может быть отрицательной, то $x = 80 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$
 скорость первого: $x+30 = 80+30 = 110 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$
 Ответ: $110 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

Решение полное и верное.

Оценка 2 балла.

Пример 2.

~21.
 Пусть скорость первого авто = $x \Rightarrow$ скорость второго = $x-30$.
 На основе данных из условия и моего рассуждения составил таблицу:

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)	
1 авто	x	$\frac{720}{x}$	720	+ 92.
2 авто	$x - 30$	$\frac{720}{x - 30}$	720	

На основе данных таблицы и условия задачи, составляем уравнение

$$\frac{720}{x} + 4 = \frac{720}{x - 30} \quad | \cdot x(x - 30)$$

$$720(x - 30) + 4x(x - 30) = 720x$$

$$720x - 21600 + 4x^2 - 120x = 720x$$

$$4x^2 - 120x - 21600 = 0 \quad | : 4$$

$$x^2 - 30x - 5400 = 0$$

$$D_1 = 225 + 1 \cdot 5400 = 5625$$

$$x_1 = \frac{15 + 75}{1} = 90 \text{ (км/ч)}$$

$$x_2 = \frac{15 - 75}{1} < 0 \quad \text{не подходит к условию задачи т.к. } v > 0.$$

Ответ: 90 км/ч.

Решение полное и верное. Критерии диктуют оценку 2 балла. Однако отдельные эксперты поставили 1 или 0 баллов. Они указывают, что отсутствуют ограничения на знаменатель дроби.

Оценка 2 балла.

Задание 22.

Постройте график функции

$$y = \frac{4,5|x| - 1}{|x| - 4,5x^2}.$$

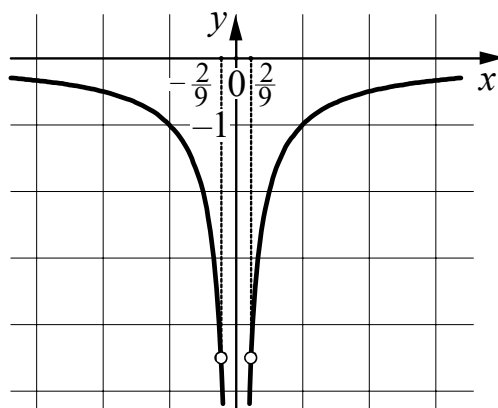
Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{4,5|x| - 1}{|x| - 4,5x^2} = \frac{4,5|x| - 1}{|x| \cdot (1 - 4,5|x|)} = -\frac{1}{|x|}$ при условии,

что $x \neq \frac{2}{9}$ и $x \neq -\frac{2}{9}$.

Построим график.



Прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки, если она совпадает с осью Ox или

если она проходит через точку $\left(-\frac{2}{9}; -\frac{9}{2}\right)$ или через точку $\left(\frac{2}{9}; -\frac{9}{2}\right)$. Получаем, что

$k = -20,25$, $k = 0$ или $k = 20,25$.

Ответ: $k = -20,25$; $k = 0$; $k = 20,25$.

Критерии оценивания выполнения задания 22.

Содержание критерия	Баллы
График построен верно, верно найдены искомые значения параметра	2
График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Пример 1.

~ 22
 $f(x) = \frac{4,5|x| - 1}{|x| - 4,5x^2}$
 $y = -\frac{4,5|x| - 1}{4,5|x| - 1}$

$y = -\frac{1}{|x|}, x \neq \frac{2}{9}$
 $y = -\frac{1}{|x|}, x \neq -\frac{2}{9}$

График данной функции $f(x)$ будет совпадать с графиком функции $g(x) = -\frac{1}{|x|}$, все точки которой с неотрицательными абсциссами симметрично отражены относительно оси Oy . Также график содержит точки $(1; -1)$, $(-1; -1)$, $(-0,5; -2)$, $(0,5; -2)$, а точки $(\frac{2}{9}; -\frac{9}{2})$ и $(-\frac{2}{9}; -\frac{9}{2})$ выколоты.



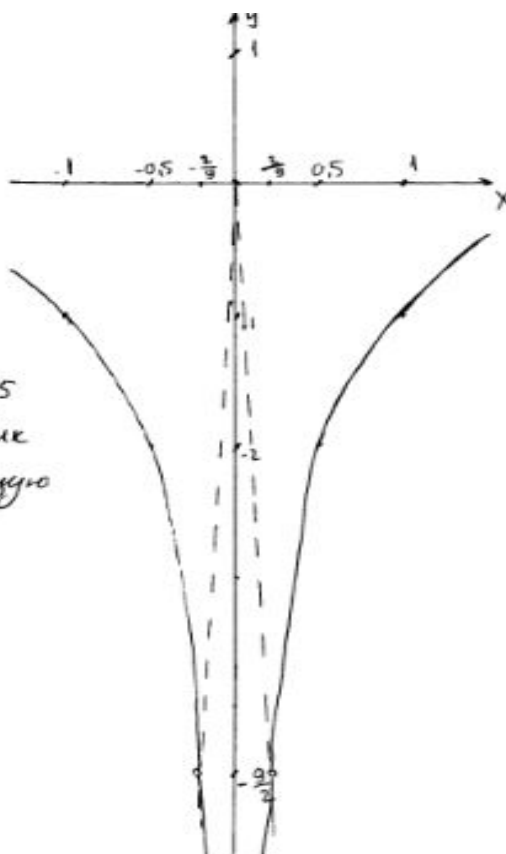
Графиком функции $a(x) = -\frac{1}{x}$ является гипербла, ветви которой расположены в II и IV четвертях, а асимптоты совпадают с осями координат.

Прямая $y = kx$ имеет с графиком общие точки при $k = 0$, $k = 20,25$ и $k = -20,25$. При иных значениях k график будет иметь с прямой 1 общую точку.

$$k \cdot \frac{2}{9} = -\frac{9}{2} \Leftrightarrow k = 20,25$$

$$-k \cdot \frac{2}{9} = -\frac{9}{2} \Leftrightarrow k = -20,25$$

Ответ: $-20,25$, 0 , $20,25$



Комментарий. Решение полное и верное.

Оценка 2 балла.

Пример 2.

22

$$y = \frac{4x-1}{15x^2-4x^2}$$

при $x > 0$

$$y = \frac{4x-1}{x-4x^2} \Leftrightarrow y = \frac{4x-1}{-x(4x-1)}$$

при $x < 0$

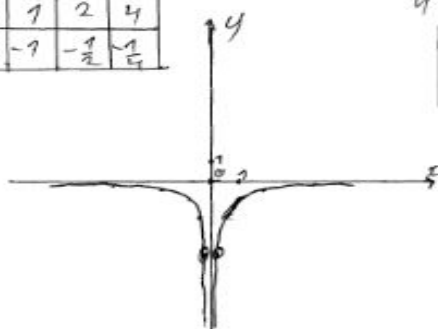
$$y = \frac{-4x-1}{-x-4x^2} \Leftrightarrow y = \frac{-(4x+1)}{-x(4x+1)}$$

$$y = -\frac{1}{x} \text{ при } 4x-1 \neq 0 \quad 4x \neq 1 \quad x \neq 0,25 \quad y = \frac{1}{x} \text{ при } 4x+1 \neq 0$$

$$4x \neq -1 \quad x \neq -0,25$$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$

x	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4
y	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$



$y = kx$ не имеет

при $x = \frac{1}{4}$ и $y = -4$

$$-4 = \frac{1}{4}k$$

$$k = -16$$

Ответ: 16, -16

с графиком общ. точ.

и $x = -\frac{1}{4}$ и $y = -4$

$$-4 = -\frac{1}{4}k$$

$$k = 16$$

Комментарий. График построен верно, верно найдены два из трех значений k .

Оценка 1 балл.

Пример 3.

22. $y = \frac{1,5|x| - 1}{|x| - 1,5x^2}$ при $x \neq 0$

$x \geq 0$ и $x \neq 0$

$x < 0$

$y = \frac{1,5x - 1}{x - 1,5x^2}$

$y = \frac{-1,5x - 1}{-x - 1,5x^2}$

$y = \frac{-1(1,5x + 1)}{x(-1,5x + 1)}$

$y = \frac{-1(1,5x + 1)}{-x(1,5x + 1)}$

$y = -\frac{1}{x}$

$y = \frac{1}{x}$

1) Построю график функции $y = -\frac{1}{x}$

при $x \geq 0$ и $x \neq 0$

$y = -\frac{1}{x}$, гипербола.

x	0	1	2	4	0,5
y	/	-1	-0,5	-0,25	-2

2) Построю график функции

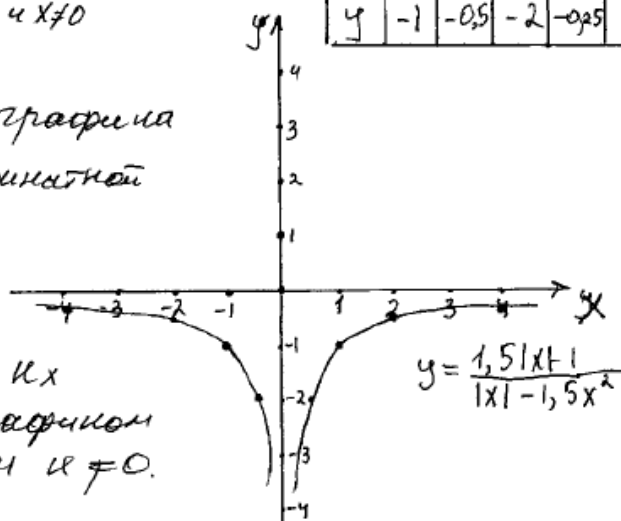
$y = \frac{1}{x}$ при $x < 0$ и $x \neq 0$

x	-1	-2	-0,5	-4	
y	-1	-0,5	-2	-0,25	

Построю оба графика на одной координатной плоскости.

Прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек при $k \neq 0$.

Ответ: 0.



Комментарий. График построен с ошибкой: не выколоты точки, в которых функция не определена.

Оценка 0 баллов.

Задание 23.

Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 65° и 85° .

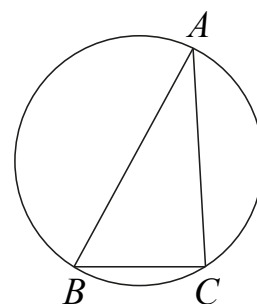
Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 14.

Решение.

Пусть R — радиус описанной окружности, тогда $R = \frac{BC}{2 \sin A}$.

Получаем, что $BC = 14 \cdot 2 \cdot \sin(180^\circ - 65^\circ - 85^\circ) = 14 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ = 14$

Ответ: 14.

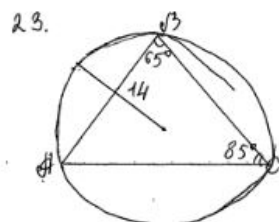


Критерии оценивания выполнения задания 23.

Содержание критерия	Баллы
---------------------	-------

Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Пример 1.



Дано:
 $\triangle ABC$ - треугольник
 $\angle B = 65^\circ$
 $\angle C = 85^\circ$
 $R = 14$
 Найти:
 BC .

Решение:
 1) $\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C)$ (сумма углов)
 $\angle A = 180^\circ - (65^\circ + 85^\circ) = 30^\circ$
 2) $\frac{BC}{\sin \angle A} = 2R$; $2R = 14 \cdot 2 = 28$.
 $\frac{BC}{\frac{1}{2}} = 28$
 $BC = 28 \cdot \frac{1}{2} = 14$
 Ответ: $BC = 14$.

Комментарий.

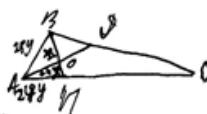
Решение полное и верное.

Оценка 2 балла.

Пример 2. В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведенную из вершины B , в отношении 25:24, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC=14$.

Ответ: 25.

Дано:
 $\triangle ABC$
 BD - высота
 AD - биссектриса
 $BC = 14$
 $BO : OD = 25x : 24x$
 $R = ?$



Решение:
 1) $\frac{AB}{AD} = \frac{BO}{OD} = \frac{25}{24}$ (свойство биссектрисы в $\triangle ABD$)

2) $\triangle ABD$ - прямоугольный $\Rightarrow$
 $25^2 y^2 = AB^2 = AD^2 + BD^2$ (Пифагор)
 $25^2 y^2 = 24^2 y^2 + (24x)^2 \Rightarrow 49y^2 = (24x)^2 \Rightarrow y^2 = \frac{24^2 x^2}{49}$
 $\Rightarrow y = \frac{24x}{7}$

3) $\sin \angle BAH = \frac{BD}{AB} = \frac{24x}{25y} = \frac{49x}{25y}$
 $= \frac{49x}{25 \cdot \frac{24x}{7}} = \frac{7}{25}$
 $\frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \cdot 14 = 7$
 $2R = \frac{7}{\frac{7}{25}} = 25 \Rightarrow R = 25$ Ответ: $R = 25$

Комментарий. Ход решения понятен, все шаги присутствуют, но допущена математическая ошибка: при возведении в квадрат выражений $25y$ и $24x$ коэффициенты остались без изменения.

Оценка 0 баллов.

Задание 24.

Сторона AB параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны BC

Точка L — середина стороны AB . Докажите, что CL —

биссектриса

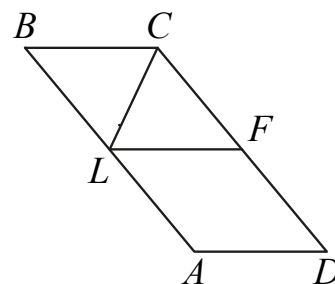
угла BCD .

Доказательство:

Проведём прямую LF параллельно стороне AD (см. рисунок).

Поскольку $BL = LA = BC$, параллелограмм $BCFL$ является

ромбом, поэтому диагональ CL ромба $BCFL$ делит угол BCF пополам. Значит, CL — биссектриса угла BCD .



Критерии оценивания выполнения задания 24.

Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Пример 1.

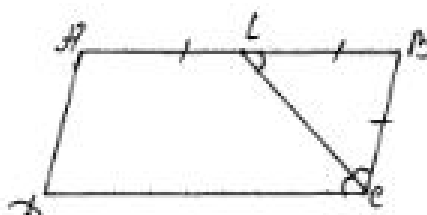
№ 24

Дано: $ABCD$ - параллелограмм

$AB = 2BC$

т. L - середина AB

Доказать: CL - биссектриса $\angle BCD$



Доказательство: 1) $AL = LB = \frac{1}{2}AB$, т.к. L - середина AB ;

2) $AB = 2BC$, т.е. $BC = \frac{1}{2}AB$; значит $BC = \frac{1}{2}AB = LB$; $BC = LB$;

3) $LB = BC$, значит $\triangle LBC$ - равнобедренный;

4) $\angle BLC = \angle LCB$ как углы при основании при $AB \parallel CD$ (т.к. противоположные стороны параллелограмма параллельны) и секущей CL

$\angle BLC = \angle BCL$ как соответственные элементы равнобедренного треугольника

$\angle LCB = \angle BLC = \angle BCL$, т.е.

$\angle LCB = \angle BCL$, значит

CL - биссектриса $\angle BCD$
т.т.д.

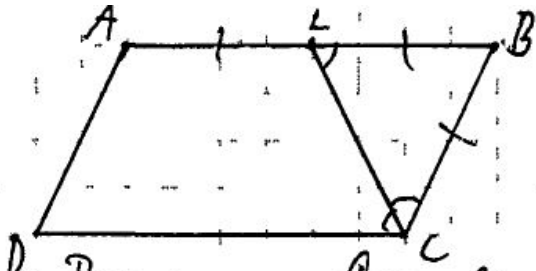
Комментарий. Решение полное и верное.

Оценка 2 балла.

Пример 2.

24) Дано:

$$AB = 2BC$$



Дано: $I - m$

$$\angle BCL = \angle DCL$$

Доказать: $\angle BCL = \angle DCL$

$$\angle B = \angle C \Rightarrow \triangle BCL \text{ равнобедрен} \Rightarrow \angle BCL = \angle BLC$$

$$AB \parallel CD \Rightarrow \angle BCL = \angle DCL \text{ (как накрест лежащие)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BCL = \angle DCL \text{ ч.т.д.}$$

Комментарий. Решение полное и верное. Однако проверяющий поставил 0 баллов. Вероятно, запись $LB = BC$ была понята неверно, как $\angle B = \angle C$, что лишено всякого смысла.

Пишите разборчиво!

Оценка 2 балла.

Задание 25.

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 100, а площадь равна 500, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Решение.

Пусть BC — меньшее основание, AB — боковая сторона, AD — большее основание трапеции $ABCD$, M — точка касания окружности со стороной AB , N — со стороной BC , Q — точка пересечения диагоналей, O — центр окружности, r — её радиус (см. рис.).

Поскольку трапеция описана около окружности, сумма её боковых сторон равна сумме оснований, то есть 50, поэтому

$$S_{ABCD} = 2r \cdot \frac{AD + BC}{2} = 50r.$$

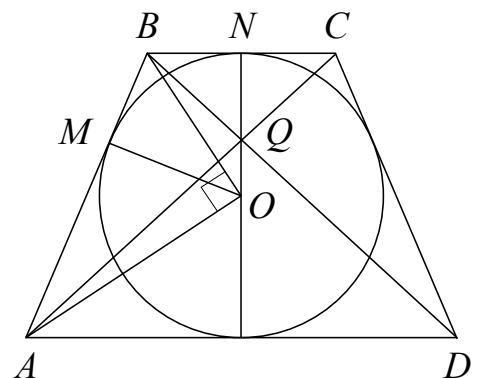
Значит, $r = 10$.

Прямые AD и BC параллельны. Значит, $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$. Поскольку лучи AO и BO — биссектрисы углов BAD и ABC соответственно, получаем: $\angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$. Значит, треугольник AOB прямоугольный,

а OM — его высота, опущенная на гипотенузу, поэтому

$$AM \cdot MB = OM^2 = r^2; AM(AB - AM) = r^2; AM(25 - AM) = 100.$$

Учитывая, что $AM > BM$, из этого уравнения находим, что $AM = 20$. Тогда $AD = 40$, $BC = 10$



Треугольник AQD подобен треугольнику CQB с коэффициентом подобия 4, значит, высота QN треугольника BQC составляет $\frac{1}{5}$ высоты трапеции, то есть диаметра вписанной в её окружности.

Следовательно, $QN = \frac{1}{5} \cdot 20 = 4$.

Ответ: 4.

Критерии оценивания выполнения задания 25.

Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Пример 1.

№ 25

Плано:
 $ABCD$ - трапеция
 $AD \parallel BC$
 $AB = CD$
 $AD > BC$
 $AB + BC + CD + AD = 100$
 $S_{ABCD} = 500$
 $ABCD$ - описанная
 $AC \cap BD = M$
Найти: $r(M, BC)$

Решение:

$ABCD$ - описанная $\Rightarrow AB + CD = AD + BC = \frac{100}{2} = 50 = 2AB \Rightarrow AB = CD = 25$

Вспомог. $MP \perp BC$, тогда

$BC \parallel AD$
 $PM \perp BC$
Пусть $PM \cap AD = H$, тогда

$S_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot PH = 25 \cdot PH = 500 \Rightarrow PH = \frac{500}{25} = 20$

Пусть $BE \perp AD, E \in AD, CK \perp AD, K \in AD$, тогда

$20 = PH = BE = CK$ (как высоты трапеции)
 $AB = CD$
 $\angle BEA = \angle CKD = 90^\circ$
 $\triangle ABE = \triangle CKD \Rightarrow KE = AE$
(по катетам и гипотенузе)

$BC \parallel AD$
 $BE \parallel CK$ (т.к. перпендикулярны одной прямой и не совпадают)
 $\angle BEK = 90^\circ$
 $\Rightarrow BCKE$ - прямоугольник $\Rightarrow BC = EK$

$\angle CKD = 90^\circ \Rightarrow \triangle CKD$ - прямоугольный

Теорема Пифагора для $\triangle CKD$: $KD = \sqrt{CD^2 - CK^2} = \sqrt{625 - 400} = \sqrt{225} = 15$

$\triangle KD = 15 = AE \Rightarrow EK = BC = \frac{50 - 30}{2} = 10 \Rightarrow \frac{BC}{AD} = \frac{1}{4}$

$BC \parallel AD \Rightarrow \angle BCA = \angle DAC$ (как накрест лежащие) и $\angle BPA = \angle CBA$ (как накрест лежащие) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle BMP \sim \triangle PMA$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{BP}{AP} = \frac{MP}{AP} = \frac{1}{4}$ (как соответствующие элементы подобных треугольников)

$\frac{MP}{PH} = \frac{1}{4} \Rightarrow MP = \frac{1}{5} PH = \frac{1}{5} \cdot 20 = 4$

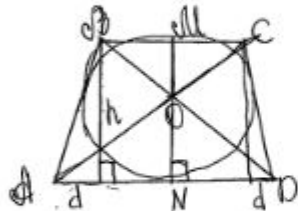
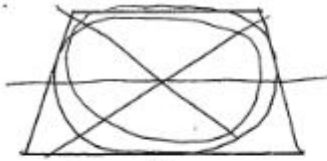
Ответ: 4

Комментарий. Решение полное и верное.

Оценка 2 балла.

Пример 2.

25.



Решение:

$$1) S_{\text{трапеции}} = \frac{BC + AD}{2} \cdot h$$

$$S = \frac{25 + 25}{2} \cdot h$$

$$h = 20$$

$$2) ON = x$$

$$MN = h - x = 20 - x$$

$$\frac{h}{h-x} = \frac{BC}{AD} \text{ треугольники подобны.}$$

~~из BOC~~

$$d^2 = BC^2 - h^2 = 25^2 - 20^2 = 625 - 400 = 225$$

$$d = \sqrt{225} = 15$$

$BC + AD = BC + AD$ (можно вписать окружность)

$$BC + AD = 50$$

$$BC = AD = 25 \text{ (равноб. трапеция)}$$

$$BC = 10$$

$$AD = 40$$

$$3) \frac{20}{20-x} = \frac{10}{40}$$

$$x = 4$$

$$\text{Ответ: } ON = 4$$

Дано:
ABCD - трапеция
равноб.
 $S_{\text{трапеции}} = 500$
 $P_{\text{трапеции}} = 100$
Найти:
ON

Комментарий. Решение неверное, т.к. содержит множество неточностей и ошибок. Из первых двух строк решения следует, что $DC=AD=25$. Это неверно. Далее $MN \neq h-x$, т.к. по чертежу $MN=h$.

Оценка 0 баллов.