

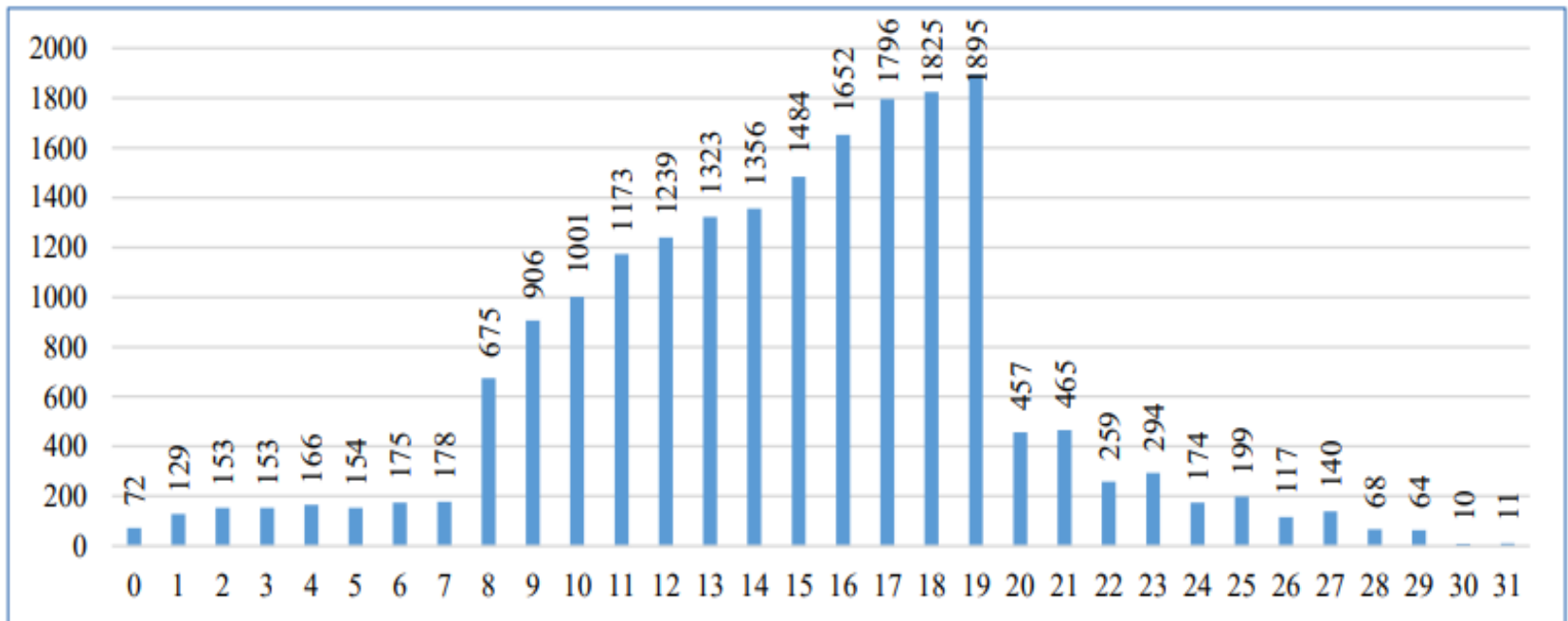
Совершенствование системы подготовки обучающихся к государственной итоговой аттестации по математике как условие повышения качества образования

Луценко Эльза Ильясовна, учитель математики
МБОУ «Гимназия №1», председатель
предметной комиссии по математике,
ведущий эксперт, г.Ханты-Мансийск

*Много из математики не
остается в памяти, но
когда поймешь ее, тогда
легко при случае
вспомнить забытое.
(М.В. Остроградский)*

Математика 9 класс

- Диаграмма распределения тестовых баллов участников ОГЭ по предмету «Математика» в 2024 г.

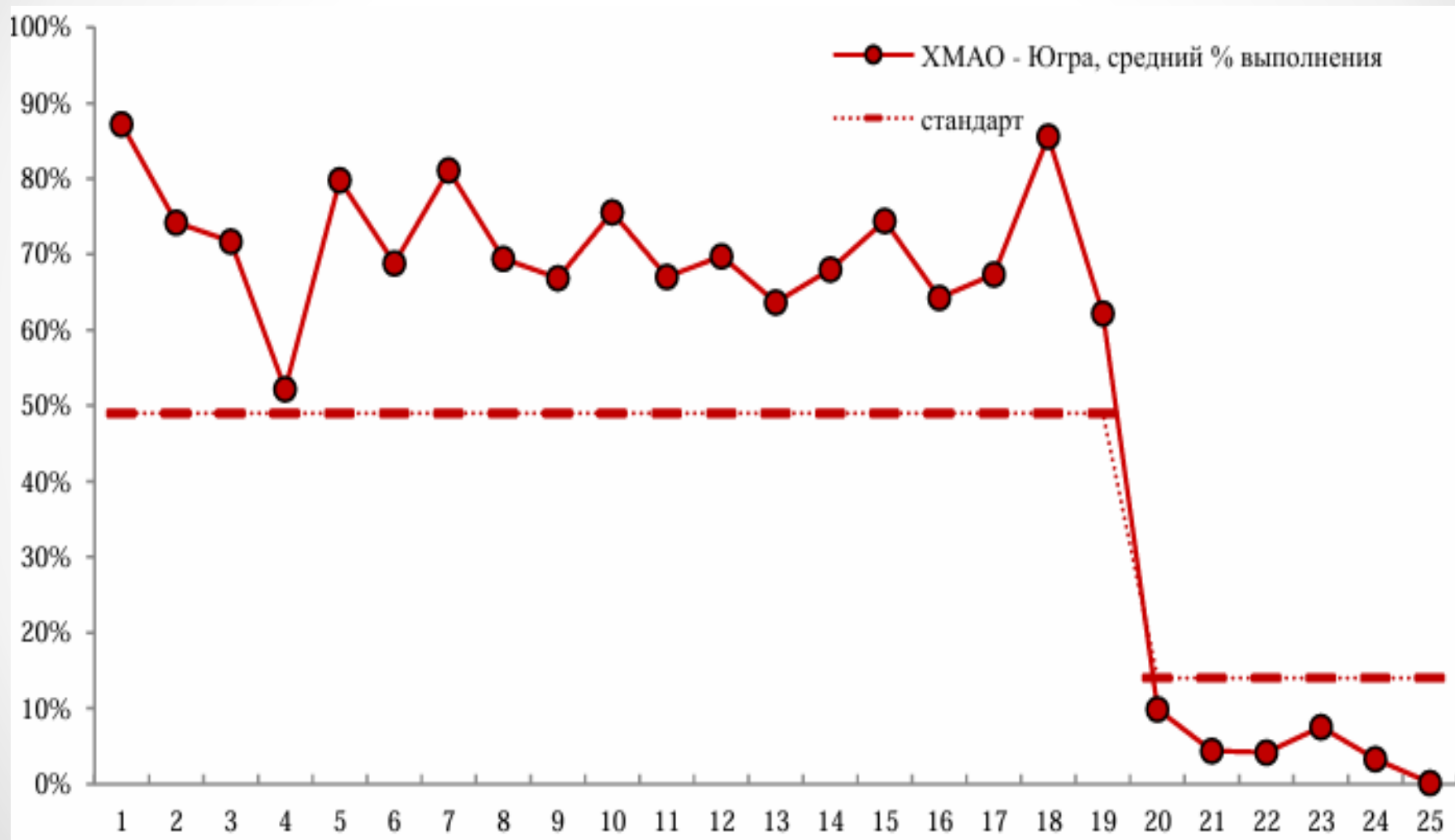


На диаграмме представлены количественные показатели по участникам и набранным баллам по результатам участия в ОГЭ по учебному предмету «Математика».

Динамика результатов ОГЭ по предмету «Математика»

Получили отметку	2022 г.		2023 г.		2024 г.	
	чел.	%	чел.	%	чел.	%
«2»	1178	6,32	904	4,75	1334	6,75
«3»	9945	53,40	10871	57,12	7519	38,05
«4»	6351	34,10	6055	31,81	9574	48,44
«5»	1151	6,18	1202	6,32	1336	6,76

- Решаемость заданий КИМов ОГЭ-2024 по математике обучающихся общеобразовательных организаций Ханты-Мансийского автономного округа - Югры



Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

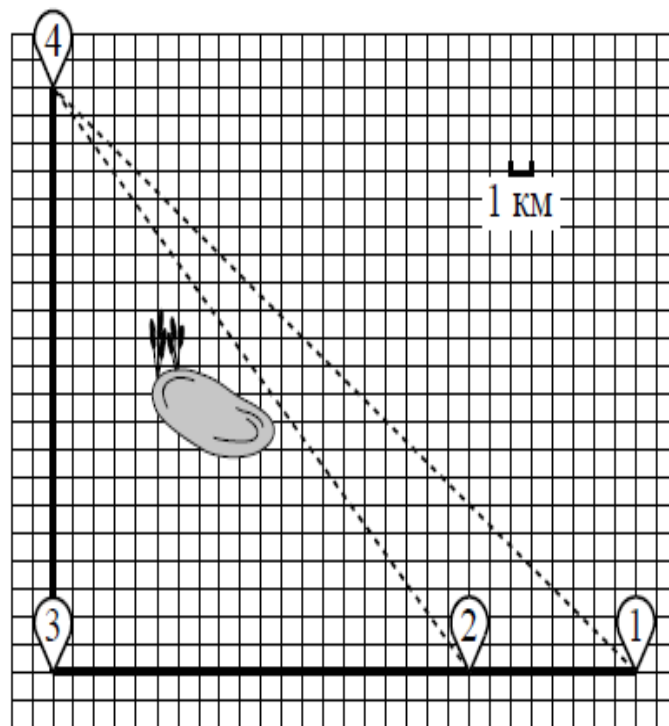
4

Ваня летом отдыхает у дедушки в деревне Дивная. В пятницу они собираются съездить на велосипедах в село Ольгино в библиотеку. Из деревни Дивная в село Ольгино можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолнейному шоссе до села Ровное через деревню Калиновка, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Ольгино. Есть и третий маршрут: в деревне Калиновка можно свернуть на прямую тропинку в село Ольгино, которая идёт мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.

Сколько минут затратят на дорогу из деревни Дивная в село Ольгино Ваня с дедушкой, если они поедут сначала по шоссе, а затем свернут в Калиновке на прямую тропинку, которая проходит мимо пруда?

Ответ: _____.



По шоссе Ваня с дедушкой едут со скоростью 15 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке — со скоростью 10 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 1 км.

21

Из А в В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал весь путь с постоянной скоростью. Второй проехал первую половину пути со скоростью 30 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью больше скорости первого на 9 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля.

Задание № 21 проверяет умение решать задачи разных типов; умение составлять выражения, уравнения, неравенства и системы по условию задачи, исследовать полученное решение. Для выполнения этого задания необходимо решить текстовую задачу на движение, составив математическую модель, преобразовать ее и интерпретировать полученные результаты, записав ответ на конкретный вопрос задачи.

20

Из городов А и В, расстояние между которыми равно 320 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля и встретились через 2 часа на расстоянии 170 км от города В. Найдите скорость автомобиля, выехавшего из города А. Ответ дайте в км/ч.

Задание №20 ЕГЭ по математике 11 класса на базовом уровне.

Задание № 20 проверяет умение моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Задание верно выполнили 58,5% участников экзамена. Отсутствие рефлексии - проверки выбора правильного ответа, не позволило 4,5% участникам экзамена выбрать верный ответ, они дали один из неверных ответов 85, указали скорость автомобиля, выехавшего из города В. Слабая сформированность остальных метапредметных умений не позволило остальной части участников экзамена верно решить задачу.

Диаграмма. Распределение учащихся, выполнявших предложенный для анализа вариант, по вариантам выбранных ими ответов на задание №20



9

Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 23 \text{ м/с}$, начал торможение с постоянным ускорением $a = 2 \text{ м/с}^2$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 132 метра. Ответ дайте в секундах.

Задание №9 проверяет умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов.

10

Два велосипедиста выехали одновременно из пунктов A и B навстречу друг другу. Через 1,5 часа после встречи велосипедист, ехавший из пункта A , прибыл в пункт B , а через 6 часов после встречи другой велосипедист прибыл в A . Сколько часов был в пути велосипедист, выехавший из пункта B ?

Задание №10 проверяет умение моделировать реальные ситуации на языке алгебры, уметь решать текстовые задачи, составлять уравнения и неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Проект демонстрационного варианта 2025 года

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на десять лет в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028, 2029, 2030 и 2031 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2031 года долг должен составить 200 тыс. рублей;
- в июле 2032, 2033, 2034, 2035 и 2036 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2036 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1480 тыс. рублей. Найдите r .

Решение. По условию долг (в тыс. рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

800; 680; 560; 440; 320; 200; 160; 120; 80; 40; 0.

Пусть $k = 1 + \frac{r}{100}$. Тогда последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по

состоянию на январь такова:

$800k$; $680k$; $560k$; $440k$; $320k$; $200k$; $160k$; $120k$; $80k$; $40k$.

Следовательно, платежи (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$800k - 680$; $680k - 560$; $560k - 440$; $440k - 320$; $320k - 200$;

$200k - 160$; $160k - 120$; $120k - 80$; $80k - 40$; $40k$.

Значит, сумма всех платежей (в тыс. рублей) будет составлять:

$$5(560k - 440) + 5(120k - 80) = 3400k - 2600.$$

Получаем: $3400k - 2600 = 1480$, откуда $k = 1,2$ и $r = 20$.

Математическая модель — это приближённое описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное математическими символами.

Математическая модель

1. Работа с условием и получение математической модели (выражение, уравнение, неравенства, системы, функция).
2. Исследование математической модели.
3. Получение ответа в исходной задаче.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

25

Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $AB=40$ и $CD=10$ вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K , причём $\angle AKB = 60^\circ$. Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

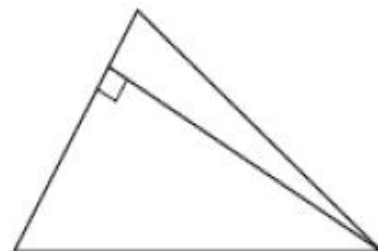
Задание № 25 проверяет умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.

10

Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,08. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

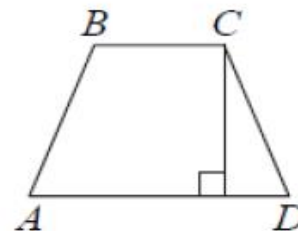
15

Сторона треугольника равна 16, а высота, проведённая к этой стороне, равна 27. Найдите площадь этого треугольника.



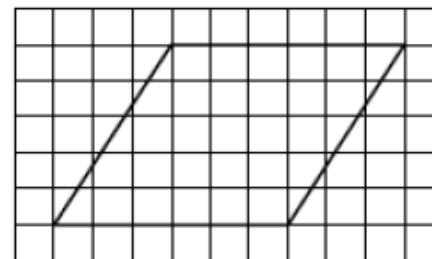
17

Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 16 и 17. Найдите длину основания BC .



18

На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Формула Пика позволит вам с необычайной легкостью находить площадь любого многоугольника на клетчатой бумаге с целочисленными вершинами.

Именно такие задания предлагают в ВЗ.

Площадь многоугольника с целочисленными вершинами равна

$$B + \frac{G}{2} - 1$$

где

В — количество целочисленных точек внутри многоугольника, а

Г — количество целочисленных точек на границе многоугольника.

Формула Пика очень удобна когда сложно догадаться, как разбить фигуру на удобные многоугольники или достроить...

Посмотрим, как применить формулу для вычисления площади.
Площадь многоугольника с целочисленными вершинами равна

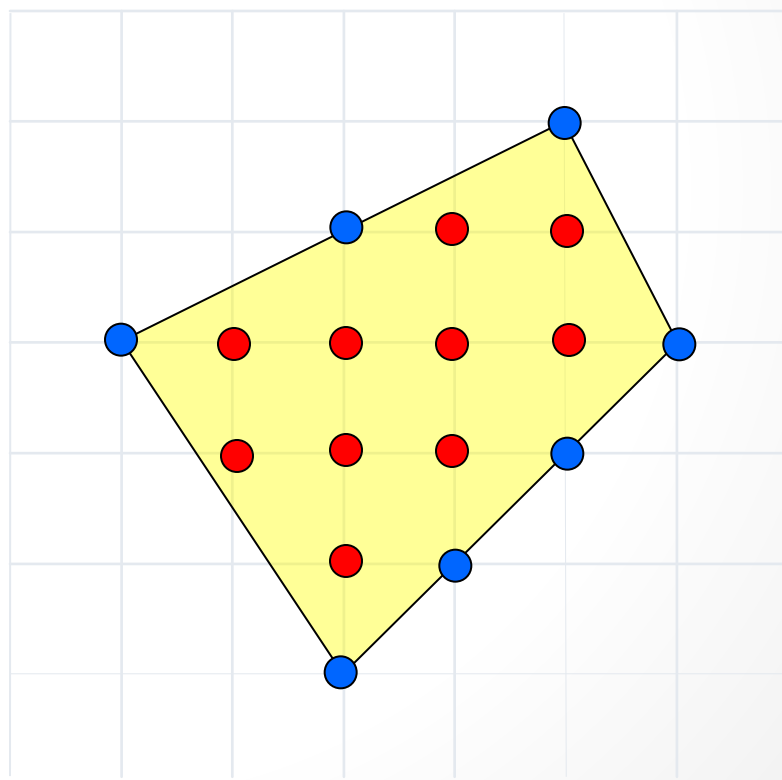
$$B + \Gamma/2 - 1$$

B — есть количество целочисленных точек внутри многоугольника,
Г — количество целочисленных точек на границе многоугольника.

$$B = 10$$

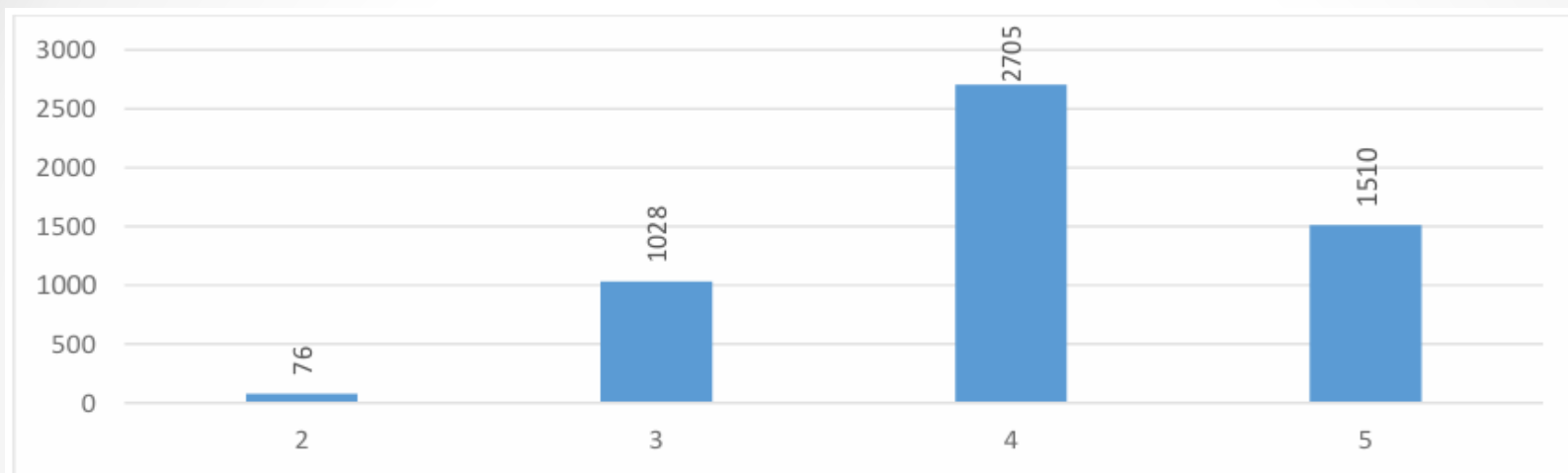
$$\Gamma = 7$$

$$10 + \frac{7}{2} - 1 = 10 + 3,5 - 1 \\ = 12,5$$



Математика 11 класс, базовый уровень

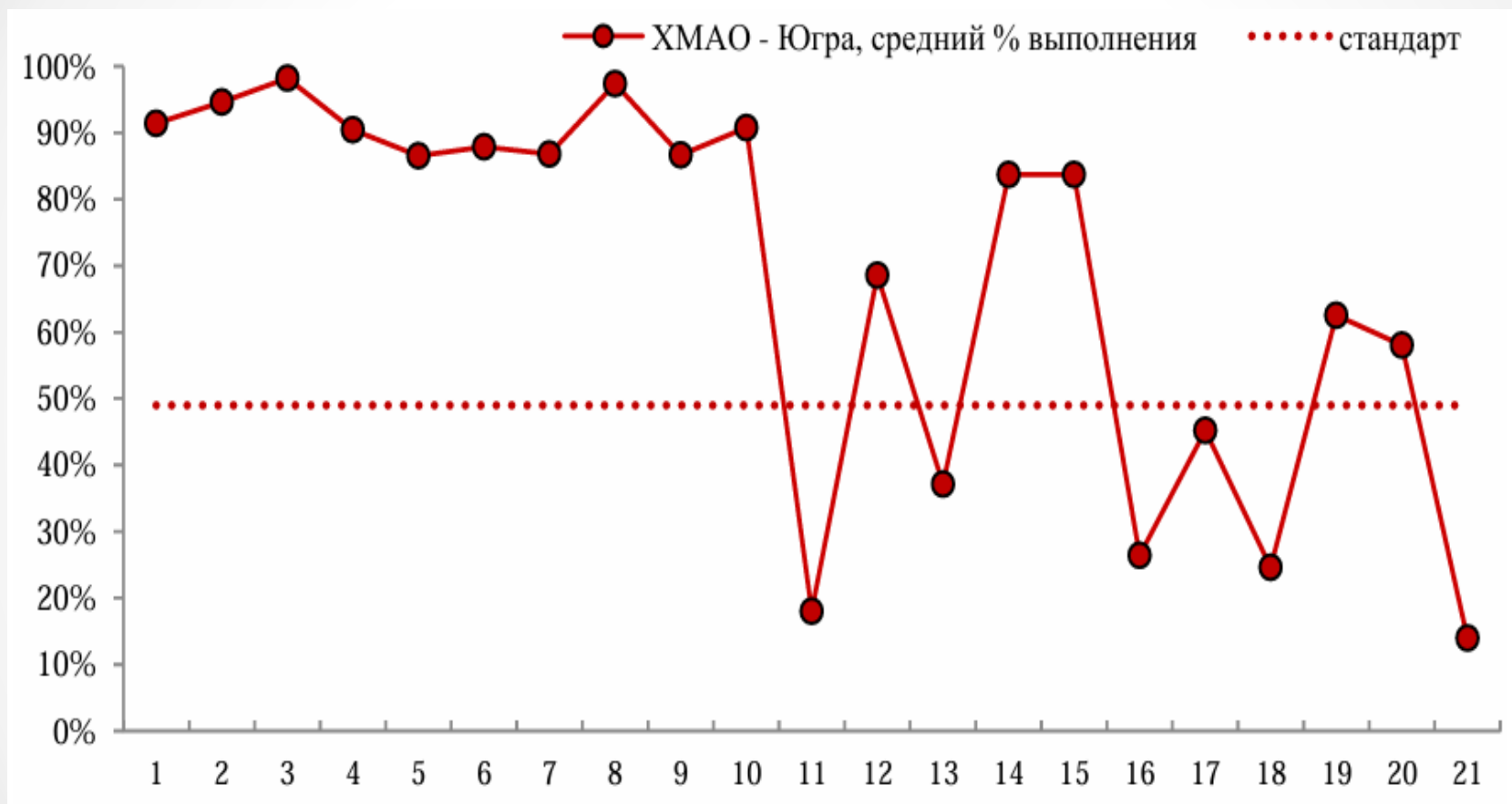
Диаграмма распределения тестовых баллов участников ЕГЭ по предмету в 2024 г.



Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года

№ п/п	Участников, получивших отметку	Год проведения ГИА		
		2022 г.	2023 г.	2024 г.
1	«2», %	3,8	2,16	1,43
2	«3», %	18,07	23,46	19,33
3	«4», %	42,46	44,3	50,86
4	«5», %	35,67	30,08	28,39
5	Средний балл	4,1	4,02	4,06

Решаемость заданий КИМов ЕГЭ-2024 по базовой математике обучающихся общеобразовательных организаций Ханты-Мансийского автономного округа – Югра



11

Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Числа на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите площадь поверхности этой детали. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

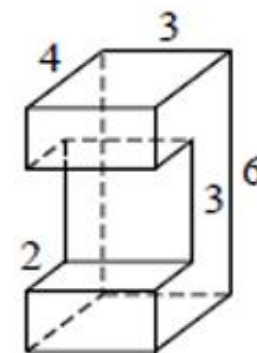


Диаграмма. Распределение учащихся, выполнявших вариант, предложенный для анализа, по вариантам выбранных ими ответов на задание №11



16

Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{11}} 11^2$.

Диаграмма. Распределение учащихся, выполнявших вариант, предложенный для анализа, по вариантам выбранных ими ответов на задание №16



18

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

А) $\frac{(x-2)^2}{x-1} > 0$

Б) $\frac{x-1}{x-2} > 0$

В) $(x-1)(x-2) < 0$

Г) $(x-1)^2(x-2) < 0$

РЕШЕНИЯ

1) $(1; 2)$

2) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

3) $(1; 2) \cup (2; +\infty)$

4) $(-\infty; 1) \cup (1; 2)$

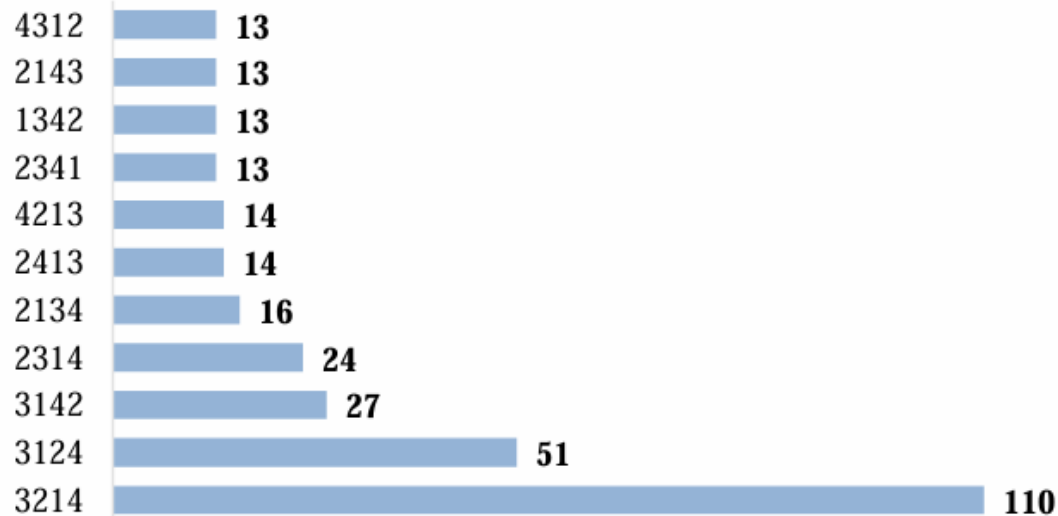
Запишите в приведённой в ответе таблице под каждой буквой соответствующий решению номер.

Ответ:

А	Б	В	Г

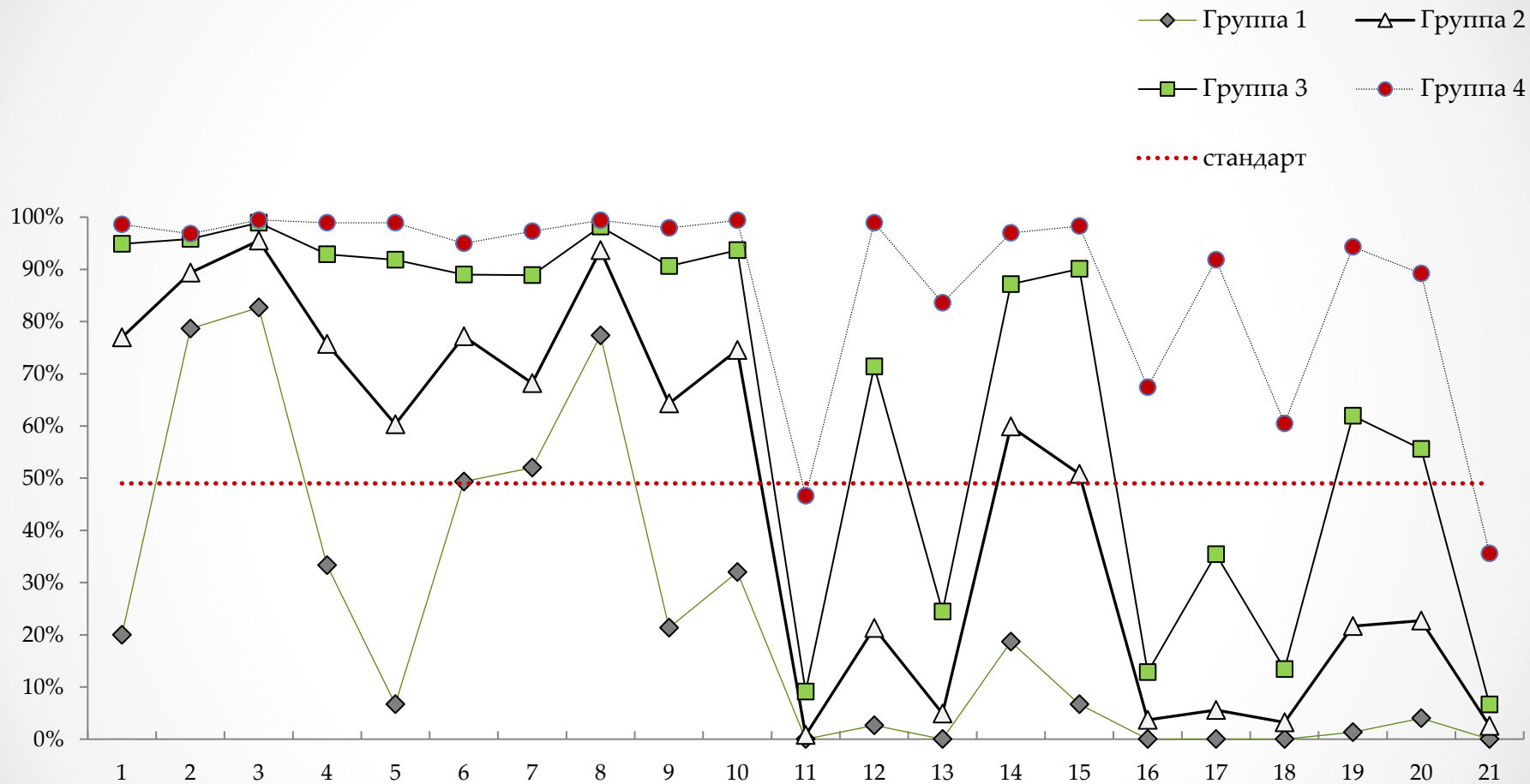
Диаграмма. Распределение учащихся, выполнявших вариант, предложенный для анализа, по вариантам выбранных ими ответов на задание №18

Варианты ответов



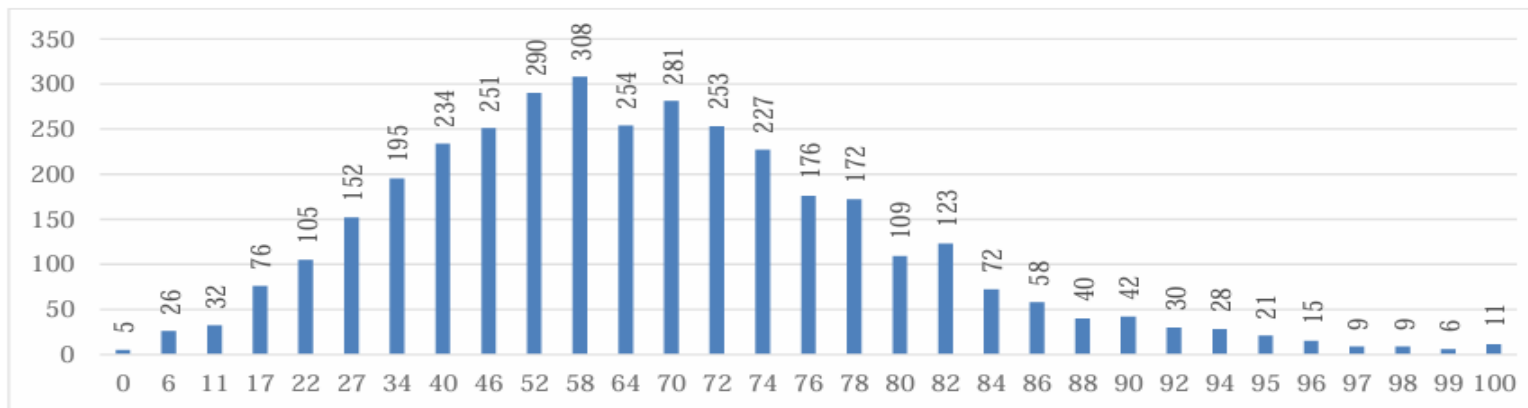
Число учащихся, выбравших ответ, чел.

Диаграмма №18. Сравнение решаемости заданий КИМов ЕГЭ-2024 по базовой математике группами обучающихся с разным уровнем подготовки



Математика 11 класс, профильный уровень

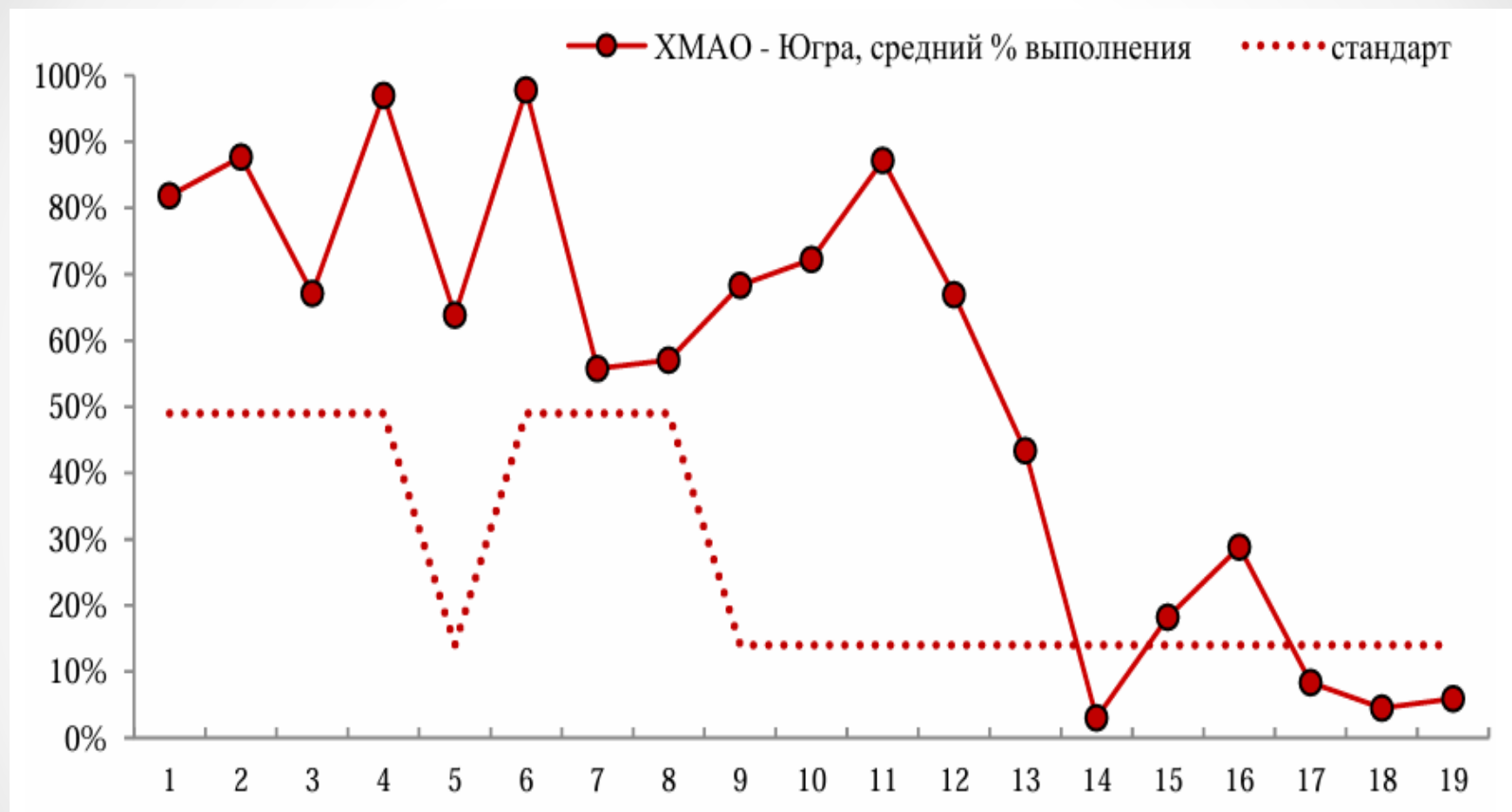
Диаграмма распределения тестовых баллов участников ЕГЭ по предмету в 2024 г.



Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года

№ п/п	Участников, набравших балл	Год проведения ГИА		
		2022 г.	2023 г.	2024 г.
1	ниже минимального балла ¹³ , %	9,62	7,95	6,76
2	от минимального балла до 60 баллов, %	43,17	44,66	39,61
3	от 61 до 80 баллов, %	43,4	44,1	40,78
4	от 81 до 100 баллов, %	3,8	3,29	12,85
5	Средний тестовый балл	54,58	54,64	59,79

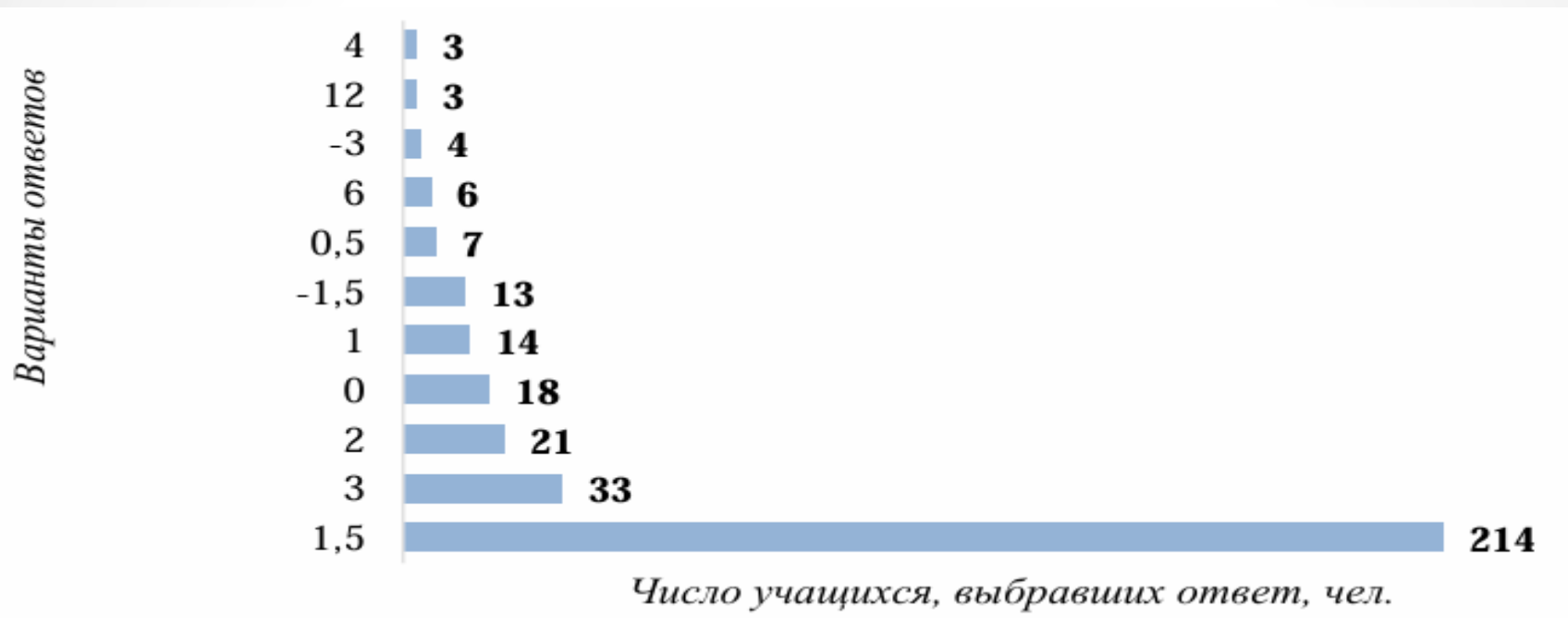
Диаграмма. Решаемость заданий КИМов ЕГЭ-2024 по профильной математике обучающихся общеобразовательных организаций Ханты-Мансийского автономного округа - Югра



7

Найдите значение выражения $2\sqrt{3} \cos^2 \frac{13\pi}{12} - \sqrt{3}$.

Диаграмма. Распределение учащихся, выполнявших вариант предложенный для анализа, по вариантам выбранных ими ответов на задание №7



Задание №7 проверяет умение проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

Мнемоническое правило для запоминания формул приведения.

sin	$(\pi \pm t) =$	знак исходной функции	sin
cos			cos (t)
tg			tg (t)
ctg			ctg

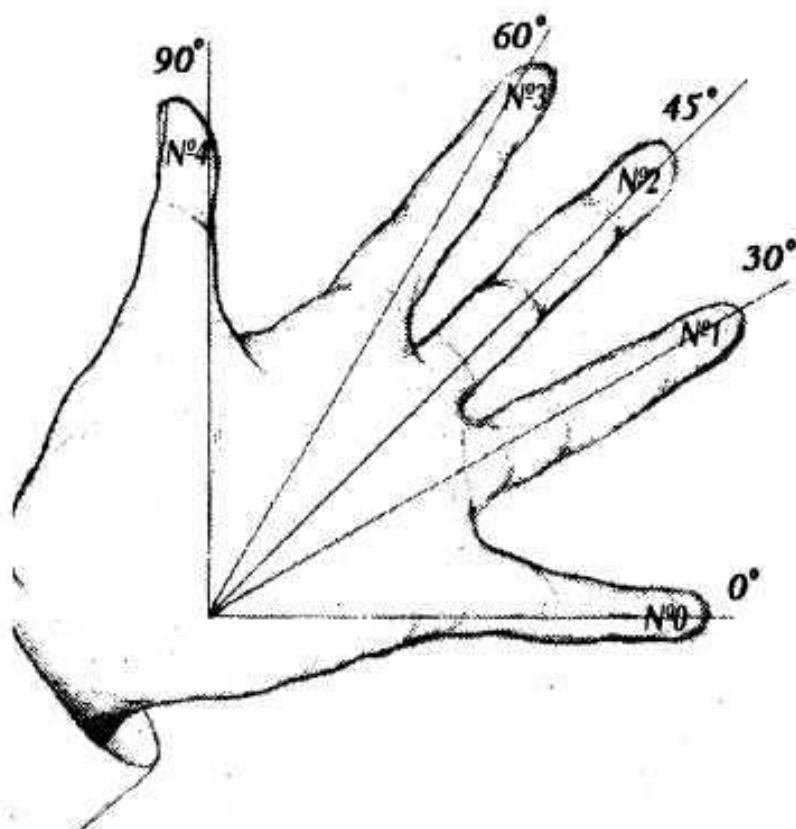
sin	$\left(\frac{\pi}{2}n + t\right) =$	знак исходной функции	cos
cos			sin (t)
tg			ctg
ctg			tg

запомните формулу:

$\sin \alpha = \frac{\sqrt{n}}{2}$ — половина квадратного корня из номера (n) пальца.

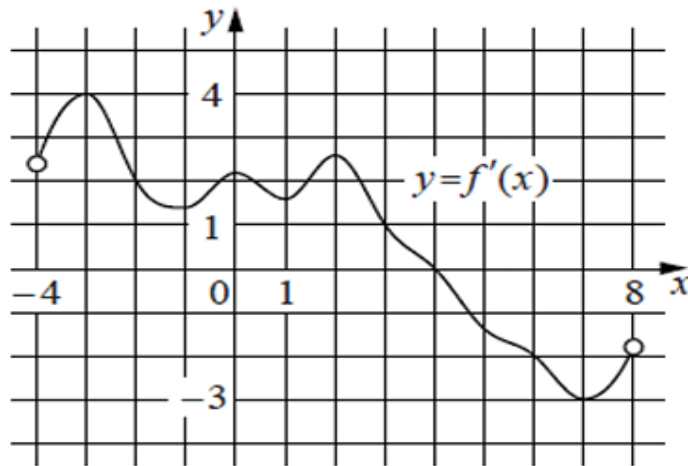
№ пальца	Угол α	
0	0°	$\sin 0^\circ = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$
1	30°	$\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
2	45°	$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
3	60°	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
4	90°	$\sin 90^\circ = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$

Примечание. Для определения косинуса угла отсчет пальцев происходит от большого пальца руки.



8

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Задание №8 проверяет умение описывать по графику поведение и свойства функции, находить наибольшее и наименьшее значения функции, вычислять производные и первообразные элементарных функций.

14

Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ равны 4. Точка O — центр основания пирамиды. Плоскость, параллельная прямой SA и проходящая через точку O , пересекает рёбра SC и SD в точках M и N соответственно. Точка N делит ребро SD в отношении $SN:ND=1:3$.

а) Докажите, что точка M — середина ребра SC .

б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость OMN пересекает грань SBC .

Задание №14 проверяет умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов), использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

19

В порту имеются только заполненные контейнеры, масса каждого из которых равна 20 тонн или 60 тонн. В некоторых из этих контейнеров находится сахарный песок. Количество контейнеров с сахарным песком составляет 25 % от общего количества контейнеров.

а) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 20 % от общей массы всех контейнеров?

б) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 60 % от общей массы всех контейнеров?

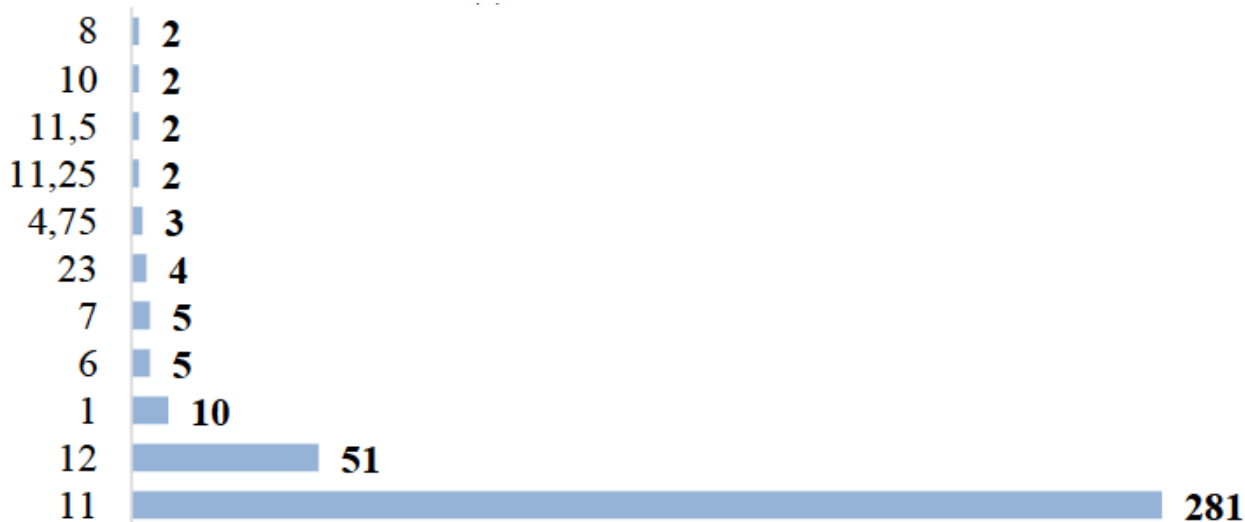
в) Какую наименьшую долю (в процентах) может составить масса контейнеров с сахарным песком от общей массы всех контейнеров?

Задание №19 проверяет владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений. Для выполнения этого задания необходимо было показать умение применять изученные методы в нестандартной ситуации решения задач, в которой главным компонентом является не преодоление технических сложностей, а поиск пути решения. Задача имеет исследовательский характер, требуя подчас проверки подтверждения или опровержения гипотез.

9

Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 23 \text{ м/с}$, начал торможение с постоянным ускорением $a = 2 \text{ м/с}^2$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 132 метра. Ответ дайте в секундах.

Варианты ответов



Число учащихся, выбравших ответ, чел.

Выводы

- В процессе подготовки к ГИА должны участвовать все стороны образовательного процесса: обучающиеся, учителя и родители, нужна командная работа
- Организовать дифференцированное обучение школьников с разным уровнем предметной подготовки
- Формировать метапредметные умения и навыки
- Развивать функциональную грамотность
- Результаты выполнения второй части работы выявили проблему, связанную с необходимостью специальной подготовки части школьников к выполнению заданий высокого уровня сложности, систематического использования в процессе обучения заданий разного уровня сложности по всем темам курса математики.
Целесообразно выделить вопросы, которые необходимо специально рассматривать со школьниками, проявляющими интерес к изучению математики на повышенном уровне.

Рекомендации по совершенствованию преподавания

учебного предмета «Математика» всем обучающимся

- Продолжать изучение нормативной базы, которая определяет подходы к отбору содержания и построению КИМ, учитывая изменения, которые уже коснулись и будут внесены в ближайшее время в КИМ ЕГЭ;
- Методическую помощь учителю и обучающимся могут оказать материалы с сайта ФИПИ (www.fipi.ru):
- документы, определяющие структуру и содержание КИМ для государственной итоговой аттестации по математике (профильный уровень) выпускников 11 классов (кодификатор элементов содержания, спецификация и демонстрационный вариант КИМ);
- учебно-методические материалы для членов и председателей региональных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ выпускников; учебно-методические материалы для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2024 года по математике; обязательно включать задания, развивающие метапредметные умения и навыки.

Рекомендации по совершенствованию преподавания

учебного предмета «Математика» всем обучающимся

- При изучении курса алгебры учителям математики следует больше внимания уделять культуре вычислений и преобразований;
- Формировать приёмы удержания в памяти необходимой информации, а также использование различных мнемотехник для запоминания;
- Для актуализации знаний необходимо включать задания, которые вызывают трудности;
- На всем этапе обучения математике учить правильному оформлению решения задач. Учить использовать символику, формировать правильную математическую письменную речь:
- При изучении геометрии, начиная уже с 7-го класса развивать навыки геометрических доказательств, решать задачи не только на определение количественных величин, но и задачи на доказательство; при решении задач составлять план решения задач - например: определить к какой теме относится задача, что нужно найти, что я знаю по этой теме, что я не знаю - обратиться к справочной информации, сделать чертеж, проверить его правдоподобность;
- При изучении стереометрии развивать пространственное мышление, развивать представление пространственных фигур, работать с моделями пространственных фигур, использовать программы для построения чертежей к задачам: например «Геогebra» или «Живая математика»;

Рекомендации по темам для обсуждения/обмена опытом на методических объединениях учителей-предметников

- Семинар по теме «Приёмы удержания в памяти необходимой информации, а также использование различных мнемотехник для запоминания».
- Семинар по теме «Планируемые результаты освоения учебного предмета «Математика» в разрезе метапредметных результатов, способы и методы достижения».
- Семинар по теме «Геометрия: развитие навыков геометрических доказательств».
- Семинар по теме «Геометрия: решение планиметрических задач».
- Семинар по теме «Числа и вычисления. Множества и логика».
- Семинар по теме «Задания, формирующие умения проводить преобразования буквенных выражений с 6 по 11 класс».
- Семинар по теме «Графики функций, графики производной, графики первообразной».
- Семинар по теме «Методика проверки и оценки заданий с развернутым ответом для учителей, работающих в 10-11 классах».
- Семинар по теме «Формируем читательскую грамотность на уроках математики и для математики»;
- Семинар по теме «Метод интервалов для решения неравенств»

Спасибо за внимание

...