

Автономное учреждение
дополнительного профессионального образования
Ханты-Мансийского автономного округа – Югры
«Институт развития образования»

Рекомендации
по совершенствованию преподавания учебного предмета
«Математика» (профильный уровень) для всех обучающихся,
организации дифференцированного обучения школьников с
разным уровнем предметной подготовки на основе
выявленных типичных затруднений и ошибок участников
единого государственного экзамена
в Ханты-Мансийском автономном округе – Югре
за 2023-2024 учебный год

Ханты-Мансийск
2024

УДК 371
ББК 74.204
М 54

*Рекомендовано к изданию
решением Научно-методической комиссии Ученого совета
АУ «Институт развития образования».
Протокол № 5 от «23» августа 2024 г.*

Под редакцией

В. В. Ключовой, кандидата педагогических наук, доцента

Составители:

Э. И. Луценко

Рекомендации по совершенствованию преподавания учебного предмета «Математика» (профильный уровень) для всех обучающихся, организации дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки на основе выявленных типичных затруднений и ошибок участников единого государственного экзамена в Ханты-Мансийском автономном округе – Югре за 2023-2024 учебный год/ сост.: Э.И. Луценко ; под. ред. В.В. Ключовой ; автономное учреждение дополнительного профессионального образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры «Институт развития образования». – Ханты-Мансийск : Институт развития образования, 2024. – 48 с.

Рекомендации адресованы: руководителям муниципальных органов, осуществляющим управление в сфере образования автономного округа, для принятия управленческих решений по совершенствованию процесса обучения; профессорско-преподавательскому составу автономного учреждения дополнительного профессионального образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры «Институт развития образования» при разработке и реализации дополнительных профессиональных программ повышения квалификации учителей и руководителей образовательных организаций; руководителям региональных и муниципальных методических объединений учителей-предметников; учителям предметникам по математике при планировании рабочих программ, в том числе для обмена опытом работы и распространения успешных практик обучения школьников математике, в том числе подготовки выпускников к государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования.

При проведении анализа результатов государственной итоговой аттестации по математике были использованы данные из региональной информационной системы обеспечения проведения государственной итоговой аттестации по программам среднего общего образования (РИС ГИА ХМАО – Югры).

© АУ «Институт развития образования», 2024

© Луценко Э.И., составление, 2024

© Ключова В.В., редактирование, 2024

Содержание

Введение	4
1. Краткая характеристика КИМ ЕГЭ по учебному предмету «Математика» (профильный уровень)	6
2. Анализ выполнения заданий КИМ	17
2.1. Статистический анализ выполнения заданий КИМ	17
3. Содержательный анализ выполнения заданий КИМ ЕГЭ по учебному предмету «Математика» (профильный уровень)	22
4. Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ ЕГЭ по учебному предмету «Математика» (профильный уровень)	42
5. Рекомендации по совершенствованию организации и методики преподавания обучающимся	44
6. Рекомендации по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями подготовки	45
7. Рекомендации по темам для обсуждения/обмена опытом на методических объединениях учителей-предметников для включения в региональную дорожную карту по развитию региональной системы образования	46
8. Рекомендаций по возможным направлениям повышения квалификации работников образования для включения в региональную дорожную карту по развития региональной системы образования	47
9. Документы и материалы	47

Введение

Математическое образование должно решать задачу обеспечения необходимого стране числа обучающихся, математическая подготовка которых была бы достаточна для продолжения образования по различным направлениям, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и других, а также обеспечения для каждого обучающегося возможности достижения математической подготовки в соответствии с необходимым ему уровнем.

Необходимость математической подготовки обусловлена ростом числа специальностей, связанных с непосредственным применением математики (в сфере экономики, бизнесе, технологических областях, гуманитарных сферах). Количество обучающихся, для которых математика становится фундаментом образования, планирующих заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, информатики, физики, экономики и в других областях, увеличивается, в том числе с учетом обучающихся, кому математика нужна для использования в профессиях, не связанных непосредственно с ней.

Прикладная значимость математики обусловлена тем, что её предметом являются фундаментальные структуры нашего мира: пространственные формы и количественные отношения, функциональные зависимости и категории неопределённости, от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте, до достаточно сложных, необходимых для развития научных и технологических идей. Без конкретных математических знаний затруднено понимание принципов устройства и использования современной техники, восприятие и интерпретация разнообразной социальной, экономической, политической информации, малоэффективна повседневная практическая деятельность. Во многих сферах профессиональной деятельности требуются умения выполнять расчёты, составлять алгоритмы, применять формулы, проводить геометрические измерения и построения, читать, обрабатывать, интерпретировать и представлять информацию в виде таблиц, диаграмм и графиков, понимать вероятностный характер случайных событий.

Одновременно с расширением сфер применения математики в современном обществе всё более важным становится математический стиль мышления, проявляющийся в определённых умственных навыках. В процессе изучения математики в арсенал приёмов и методов мышления человека естественным образом включаются индукция и дедукция, обобщение и конкретизация, анализ и синтез, классификация и систематизация, абстрагирование и аналогия. Объекты математических умозаключений, правила их конструирования раскрывают механизм логических построений, способствуют выработке умения формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым формируют логический стиль мышления. Ведущая роль принадлежит математике в формировании алгоритмической компоненты мышления и воспитании умений действовать по заданным алгоритмам, совершенствовать известные и конструировать новые. В процессе решения задач – основы для организации учебной деятельности на уроках математики – развиваются творческая и прикладная стороны мышления.

Обучение математике даёт возможность развивать у обучающихся точную, рациональную и информативную речь, умение отбирать наиболее подходящие языковые, символические, графические средства для выражения суждений и наглядного их представления.

Необходимым компонентом общей культуры в современном толковании является общее знакомство с методами познания действительности, представление о предмете и методе математики, его отличиях от методов естественных и гуманитарных наук, об особенностях применения математики для решения научных и прикладных задач. Таким образом, математическое образование вносит свой вклад в формирование общей культуры человека.

Изучение математики способствует эстетическому воспитанию человека, пониманию красоты и изящества математических рассуждений, восприятию геометрических форм, усвоению идеи симметрии.

Приоритетными целями обучения математике в 10–11 классах на углублённом уровне продолжают оставаться:

формирование центральных математических понятий (число, величина, геометрическая фигура, переменная, вероятность, функция, производная, интеграл), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;

подведение обучающихся на доступном для них уровне к осознанию взаимосвязи математики и окружающего мира, пониманию математики как части общей культуры человечества;

развитие интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению математики;

формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические аспекты в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Деятельность учителя математики в основной школе должна быть ориентирована на развитие:

– способности человека формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Эта способность включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину (*математическая грамотность*);

– способности человека принимать эффективные решения в разнообразных финансовых ситуациях, способствующих улучшению финансового благополучия личности и общества, а также возможности участия в экономической жизни (*финансовая грамотность*).

Деятельность учителей основной школы должна быть ориентирована на достижение планируемых результатов (предметных, метапредметных, личностных).

1. Краткая характеристика КИМ ЕГЭ по учебному предмету «Математика» (профильный уровень)

Контрольные измерительные материалы (КИМ) позволяют установить уровень освоения обучающимися Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

Содержание КИМ ЕГЭ определяется на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (ФГОС) (приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 12.08.2022 № 732 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утверждённый приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 № 413» и приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 № 413 (с изменениями 2014–2020 гг.)). При разработке КИМ ЕГЭ учитывается содержание федеральной образовательной программы среднего общего образования (приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 371 «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования»).

Личностные результаты освоения основной образовательной программы обучающимися (на основе изменённого в 2022 г. ФГОС) отражают готовность и способность обучающихся руководствоваться сформированной внутренней позицией личности, системой ценностных ориентаций, позитивных внутренних убеждений, соответствующих традиционным ценностям российского общества, расширение жизненного опыта и опыта деятельности в процессе реализации основных направлений воспитательной деятельности. Содержание и результаты выполнения заданий ЕГЭ связаны в том числе с достижением личностных результатов освоения основной образовательной программы по изменённому в 2022 г. ФГОС в части физического (сформированность здорового и безопасного образа жизни, ответственного отношения к своему здоровью и др.), трудового (интерес к различным сферам профессиональной деятельности и др.), экологического (сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем и др.) воспитания, а также принятия ценности научного познания (сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, совершенствование языковой и читательской культуры как средства взаимодействия между людьми и познания мира и др.). Подробная информация о личностных результатах освоения основной образовательной программы по ФГОС 2012 г. и преемственных детализированных требованиях к личностным результатам в изменённом ФГОС 2022 г. приведена в разделе 3 кодификатора.

Включённые в КИМ ЕГЭ задания выявляют достижение метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы среднего общего образования. При выполнении заданий, помимо предметных знаний, умений, навыков и способов познавательной деятельности, востребованы также универсальные учебные познавательные, коммуникативные и регулятивные (самоорганизация и самоконтроль) действия.

Представленная модель экзаменационной работы по математике сохраняет преемственность с экзаменационной моделью прошлых лет в тематике, примерном содержании и уровне сложности заданий.

Выполнение заданий части 1 экзаменационной работы (задания 1–12) свидетельствует о наличии общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой части проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В часть 1 работы включены задания по всем основным разделам курса математики: геометрии (планиметрии и стереометрии), алгебре, началам математического анализа, теории вероятностей и статистике.

В целях эффективного отбора выпускников для продолжения образования в высших учебных заведениях с различными требованиями к уровню математической подготовки абитуриентов задания части 2 работы проверяют знания на том уровне требований, который традиционно предъявляется вузами с профильным экзаменом по математике. Последние три задания части 2 предназначены для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов.

Сохранена успешно зарекомендовавшая себя система оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом. Эта система, продолжившая традиции выпускных и вступительных экзаменов по математике, основывается на следующих принципах.

1. Возможны различные способы и записи развёрнутого решения. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не степень следования «эталонному» решению.

2. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

Тексты заданий предлагаемой модели экзаменационной работы в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках, включённых в федеральный перечень учебников, допущенных Минпросвещения России к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего общего образования.

Экзаменационная работа состоит из двух частей и включает в себя 19 заданий, которые различаются по содержанию, сложности и количеству заданий:

– часть 1 содержит 12 заданий (задания 1–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

– часть 2 содержит 7 заданий (задания 13–19) с развёрнутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на углублённом уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.

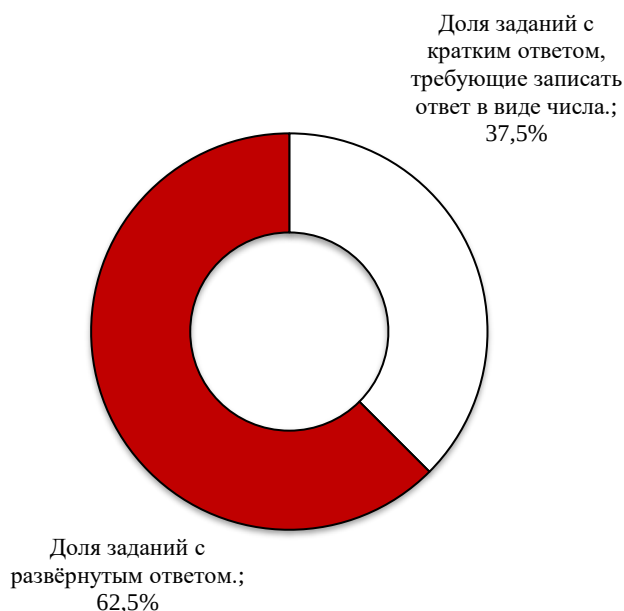
Задания части 1 предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных организаций, реализующих программы среднего общего образования на базовом уровне.

Задание с кратким ответом (1–12) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Задания 13–19 с развёрнутым ответом, в числе которых 5 заданий повышенного уровня и 2 задания высокого уровня сложности, предназначены для более точной дифференциации абитуриентов вузов. При выполнении заданий с развёрнутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов № 2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

Диаграмма №1 отражает соотношение заданий с кратким и с развёрнутым ответом. **Важно, что 62,5% первичных баллов дают задания с развёрнутым ответом.**

Диаграмма №1. Распределение заданий по типам



Распределение заданий КИМ по содержанию, видам умений и способам действий

На основе демоверсии и использованных в Ханты-Мансийском автономном округе – Югре вариантов КИМ приведём содержательные и другие особенности экзаменационной работы по профильной математике ЕГЭ-2024.

Задания части 1 проверяют следующий учебный материал.

1. Алгебра и начала математического анализа, 10–11 классы.
2. Вероятность и статистика, 10–11 классы.
3. Геометрия, 10–11 классы.

Задания части 2 проверяют следующий учебный материал.

1. Алгебра и начала математического анализа, 10–11 классы.
2. Геометрия, 10–11 классы.

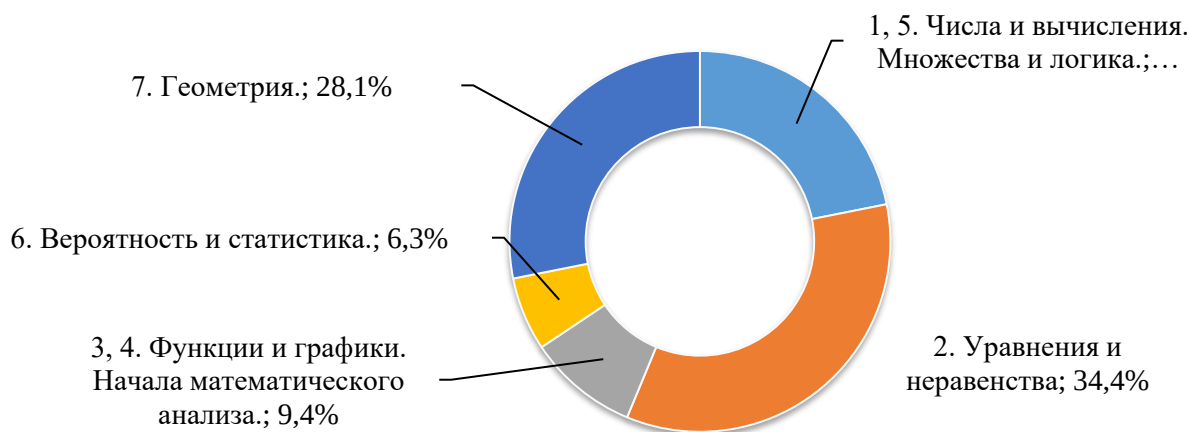
Распределение заданий экзаменационной работы по содержательным разделам курса профильной математики, видам и способам действия

Таблица

Проверяемые элементы по содержательным разделам	№ задания в КИМах	Количество первичных баллов	Доля первичных баллов
1. 5. Числа и вычисления. Множества и логика.	7, 16, 19	7	21,9%
2. Уравнения и неравенства	6, 9, 10, 13, 15, 18	11	34,4%

3, 4. Функции и графики. Начала математического анализа.	8, 11, 12	3	9,4%
6. Вероятность и статистика.	4, 5	2	6,3%
7. Геометрия.	1, 2, 3, 14, 17	9	28,0%

Диаграмма №2. Распределение баллов по содержательным разделам



Содержание экзаменационной работы даёт возможность проверить комплекс умений по предмету:

- уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

Представление о распределении заданий по видам проверяемых умений и способам действий показано в таблице.

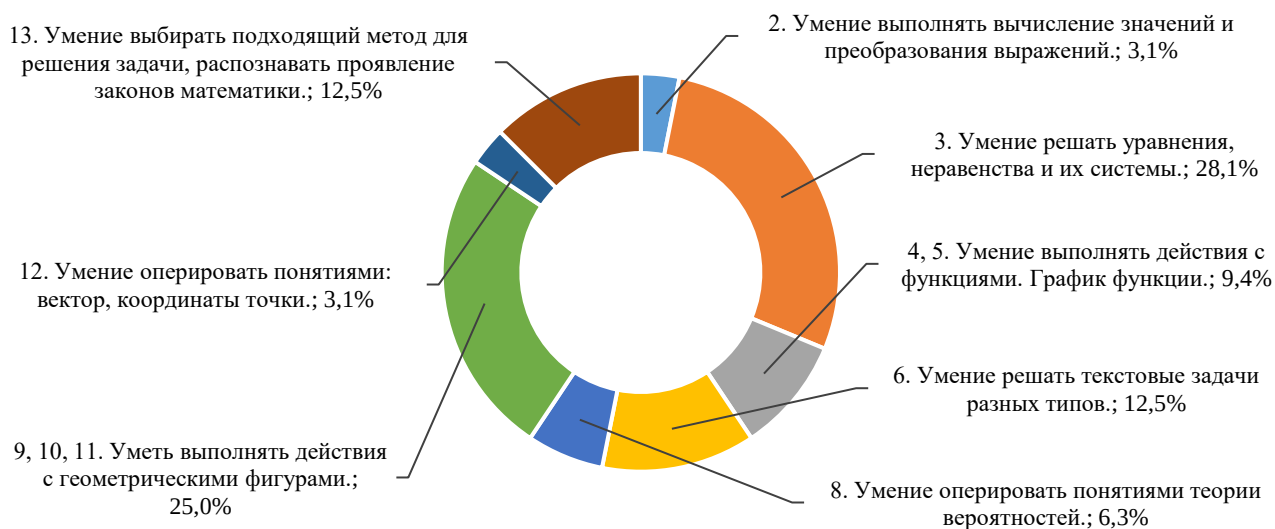
Распределение заданий по проверяемым требованиям к предметным результатам освоения образовательной программы

Таблица

Требования к предметным результатам освоения образовательной программы	Задания в КИМах	Количество первичных баллов	Доля первичных баллов в работе
2. Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений.	7	1	3,1%
3. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.	6, 13, 15, 18	9	28,1%
4, 5. Умение выполнять действия с функциями. График функции.	8, 11, 12	3	9,4%

6. Умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, умение моделировать реальные ситуации на языке математики.	9, 10, 16	4	12,5%
8. Умение оперировать понятиями теории вероятностей, умение использовать их для решения задач; применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; оценивать вероятности реальных событий; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат.	4, 5	2	6,3%
9, 10, 11. Умение оперировать понятиями геометрии, строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи. Умение строить сечения, изображать геометрические фигуры и т.д.	1, 3, 14, 17	8	25,0%
12. Умение оперировать понятиями: вектор, координаты точки и т.п.; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач.	2	1	3,1%
13. Умение выбирать подходящий метод для решения задачи; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.	19	4	12,5%

Диаграмма №3. Распределение баллов по проверяемым требованиям к предметным результатам освоения образовательной программы



Включённые в КИМ ЕГЭ задания выявляют достижение метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы среднего общего образования. При выполнении заданий, помимо предметных знаний, умений, навыков и способов познавательной деятельности, востребованы также универсальные учебные познавательные, коммуникативные и регулятивные (самоорганизация и самоконтроль) действия. Среди заданий ОГЭ по предмету разных уровней сложности были выделены некоторые, которые так или иначе связаны с метапредметными результатами. Они приведены в таблице. Данная таблица составлена на основе соотнесения кодов проверяемых требований, указанных к каждому заданию работы в спецификации с

перечнем метапредметных результатов, соответствующих каждому из предъявляемых требований (Кодификатор, таблица 2, столбец 4).

*Распределение заданий КИМ по профильной математике по блокам
метапредметных результатов в рамках ФГОС*

Таблица

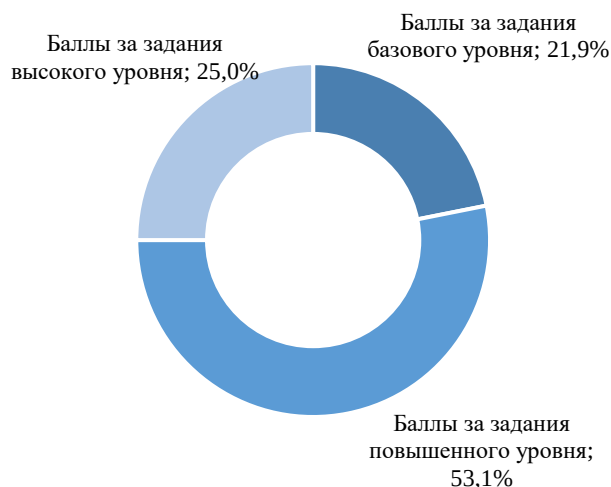
1 Познавательные УУД	<i>Задания в КИМах</i>
<i>1.1 Базовые логические действия.</i>	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
<i>1.2 Базовые исследовательские действия.</i>	1, 3, 4, 5, 9, 10, 14, 17, 16, 19
<i>1.3 Работа с информацией</i>	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
2 Коммуникативные УУД	
<i>2.1 Общение</i>	
3 Регулятивные УУД	
<i>3.1 Самоорганизация</i>	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19
<i>3.2 Самоконтроль</i>	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19

Распределение заданий КИМ по уровню сложности

Часть 1 содержит 7 заданий базового уровня (задания 1–4, 6–8) и 5 заданий повышенного уровня (задания 5, 9–12). Часть 2 содержит 5 заданий повышенного уровня (задания 13–17) и 2 задания высокого уровня сложности (задания 18, 19).

Представленность заданий разного уровня сложности в экзаменационной работе показана на диаграмме №4. Таким образом, в КИМе по профильной математике **задания повышенного уровня позволяют набрать более половины всех баллов, остальная половина баллов делится между заданиями базового (21,9%) и высокого уровня (25,0%).**

Диаграмма №4. Распределение баллов по типам заданий различающихся уровнем сложности



Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом

Оценивание правильности выполнения заданий, предусматривающих краткий ответ, осуществляется с использованием специальных аппаратно-программных средств.

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и совпадает с эталоном ответа.

Проверка выполнения заданий 13–19 проводится экспертами на основе разработанной системы критериев оценивания.

Полное правильное решение каждого из заданий 13, 15 и 16 оценивается 2 баллами; каждого из заданий 14 и 17 – 3 баллами; каждого из заданий 18 и 19 – 4 баллами.

Общий максимальный первичный балл за выполнение всей экзаменационной работы – 32. На основе результатов выполнения всех заданий работы определяются первичные баллы, которые затем переводятся в тестовые по 100-балльной шкале.

Особенности варианта КИМ ЕГЭ в ХМАО – Югре в сравнении с КИМ по данному профильной математике прошлых лет.

Изменения в КИМ ЕГЭ 2024 года в сравнении с КИМ 2023 года.

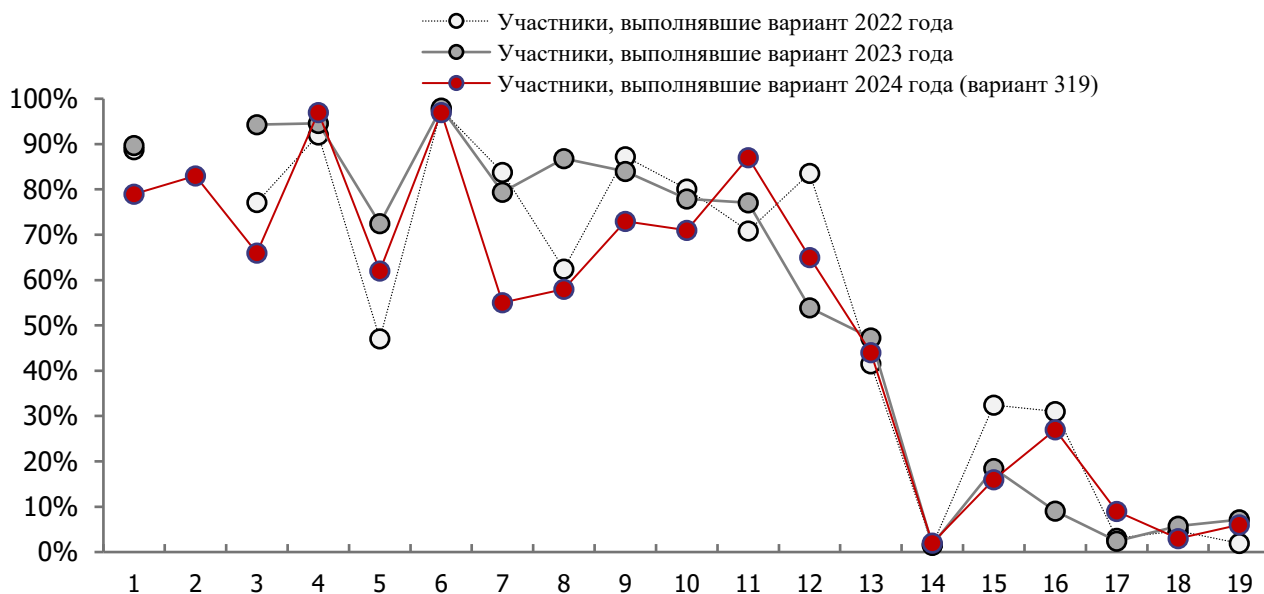
В первую часть КИМ включено задание по геометрии (задание 2), проверяющее умения определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами (код 12 по перечню проверяемых требований к предметным результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования; код 7.5 по перечню элементов содержания, проверяемых на ЕГЭ по математике).

Максимальный первичный балл за выполнение экзаменационной работы увеличен с 31 до 32.

Некоторые особенности КИМ возможно оценить, сравнив задания вариантов, которые предложены в регионе для анализа и сопоставив их решаемость¹.

Отметим, что задания №№ 4, 11, 17 в варианте 2024 года оказались легче заданий вариантов предыдущих лет, а задания №№1, 3, 7-10, 15, 18 вызвали больше затруднений, чем аналогичные задания в вариантах предыдущих лет.

Диаграмма №5. Сравнение решаемости заданий участниками, выполнявшими варианты, предоставленный для методического анализа в 2022, 2023 и 2024 году



Положительная динамика решаемости заданий № 4 и 11 в 2024 году обусловлена тем, что содержания заданий не меняется уже три года, они хорошо знакомы участникам экзамена, задание 4 входит в КИМ экзамена для выпускников 9-х классов по математике,

¹ Здесь и далее при сравнении решаемости с ЕГЭ-2024 года задания прошлых лет переставлены в порядке, соответствующей нумерации заданий КИМа ЕГЭ-2024.

одиннадцатиклассники решают задачи этого типа уверенно (97% решаемости в 2024 году). Решаемость геометрических задач повышенного уровня сложности остается на стабильно низком уровне, при этом есть положительная динамика решаемости задания №17 с 2,4% 2023 года до 9,0% 2024 года, в 2024 году для решения задания достаточно было знаний уровня 7 и 8 классов, чем и воспользовались участники экзамена с сильной математической подготовкой.

Наблюдается спад решаемости планиметрических задач базового уровня сложности, задания №1 и 3, в 2024 году. Одна из причин — рассмотрение тех типов задач, которые встречались на экзамене в предыдущие годы, а не обучение полноценной геометрии. Эта практика распространена повсеместно и касается, конечно, не только геометрии, но именно в геометрии ярче проявляются пагубные результаты, поскольку однотипные геометрические конфигурации различаются между собой гораздо больше, чем однотипные уравнения или неравенства, так например, в задании №1 2023 года надо было найти площадь треугольника, то в 2024 году это задание на свойства углов в окружности, а в задании №3 тела вращения сменили многогранники, другая причина - участники, которые решают только задания первой части, не приступают к решению геометрических задач.

Из всех заданий, которые вызвали больше затруднений, чем аналогичные задания в вариантах предыдущих лет, это задания №7 и 8. Задание №7, в котором необходимо было провести преобразование тригонометрического выражения, спад решаемости с 79,4 % до 55,0 % свидетельствует о том, что тема «преобразование тригонометрических выражений» у большинства участников экзамена вызывает очень большие трудности, это одна из самых трудных тем в обучении обучающихся старшей школы. Задание №8, в котором по графику производной необходимо было сделать вывод о свойстве самой функции, понятие производной вводится в курсе 11-го класса и время на работу с графиками функций и графиками производной и первообразной в ходе изучения темы, скорее всего, было выделено недостаточно.

Спад решаемости задания №9 с 84% до 73% обусловлен слабой сформированностью метапредметных умений, таких как анализ полученного в ходе решения результата и оценка его правдоподобности, в задании надо было найти время, прошедшее с момента начала торможения, в результате получается два положительных числа и не все участники экзамена сделали верный выбор, вместо меньшего числа записали большее, это один из распространённых неверных ответов. В задании №10 была текстовая задача на производительность и работу как и в прошлом году, только в отличие прошлого года объём работы не был указан конкретно, не количество деталей, листов и т. д, а есть некая работа, которую надо было взять за единицу, обучающиеся с таким типом задач справляются значительно хуже, нет реальных чисел, а абстрактная величина и это вызывает трудности в понимании формулировки задачи и для её дальнейшего исследования.

В решении задания №15 повышенного уровня сложности наблюдается спад решаемости на 2,5 %, в 2024 году была комбинация дробно-рационального и показательного неравенства, те, кто брался за решение данного неравенства, после замены переменной не справились с разложением на множители алгебраических выражений третьей и четвертой степеней, отсутствие навыка решения уравнений третьей и четвертой степеней, а также сложности в применении метода интервалов не позволили некоторым участникам успешно выполнить данное задание. В решении задания №18 высокого уровня сложности наблюдается спад решаемости на 2,7 %, в 2024 году была более сложная для

исследования система, которая содержала функцию с модулем, участники, которые берутся решать данное задание, не справились с построением функции, содержащей модуль.

Распределение заданий варианта КИМ ЕГЭ по содержанию, видам умений и способам действий более подробно описано в обобщённом плане варианта КИМ ЕГЭ 2024 года по профильной математике (см. таблица №4). Он составлен на основании расшифровки кодов проверяемых элементов кодификатора, приведённых к каждому заданию с корректировкой на основе открытого варианта, предоставленного для методического анализа.

Обобщённый план варианта КИМ ЕГЭ 2024 года по профильной математике.

Таблица

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания/умения ²	Уровень сложности	Максимальный балл за выполнение задания	Распределение заданий по содержательным разделам.	Распределение заданий по проверяемым требованиям к предметным результатам освоения образовательной программы.
1	Умение решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).	Б	1	Геометрия.	9, 10, 11. Умение оперировать понятиями геометрии, строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи. Умение строить сечения, изображать геометрические фигуры и т.д.
2	Умение определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.	Б	1	Геометрия.	12. Умение оперировать понятиями: вектор, координаты точки и т.п.; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач.
3	Умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.	Б	1	Геометрия.	9, 10, 11. Умение оперировать понятиями геометрии, строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи. Умение строить сечения, изображать геометрические фигуры и т.д.
4	Умение моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в	Б	1	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятности.	8. Умение оперировать понятиями теории вероятностей, умение использовать их для решения задач; применять

² Формулировки проверяемых умений уточнены на основе расшифровки кодов кодификатора и использованных в регионе КИМов

	простейших случаях вероятности событий.				комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; оценивать вероятности реальных событий; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат.
5	Умение моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.	П	1	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятности.	8. Умение оперировать понятиями теории вероятностей, умение использовать их для решения задач; применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; оценивать вероятности реальных событий; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат.
6	Умение решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифм. уравнения, их системы.	Б	1	Уравнения и неравенства.	3. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.
7	Умение проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.	Б	1	Алгебра и функции.	2. Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений.
8	Умение описывать по графику поведение и свойства функции, находить наибольшее и наименьшее значения функции, вычислять производные и первообразные элементарных функций.	Б	1	Начала математического анализа.	4, 5. Умение выполнять действия с функциями. График функции.
9	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата	П	1	Алгебра и функции.	6. Умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, умение моделировать реальные ситуации на языке математики.

	алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов				
10	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, уметь решать текстовые задачи, составлять уравнения и неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.	П	1	Уравнения и неравенства.	6. Умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, умение моделировать реальные ситуации на языке математики.
11	Умение выполнять действия с функциями.	П	1	Алгебра и функции.	4, 5. Умение выполнять действия с функциями. График функции.
12	Умение исследовать функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.	П	1	Алгебра и функции.	4, 5. Умение выполнять действия с функциями. График функции.
13	Умение решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрич. и логарифмич. уравнения, их системы.	П	2	Уравнения и неравенства.	3. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.
14	Умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов), использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.	П	3	Геометрия.	9, 10, 11. Умение оперировать понятиями геометрии, строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи. Умение строить сечения, изображать геометрические фигуры и т.д.
15	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов.	П	2	Уравнения и неравенства.	3. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

16	Умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами.	П	2	Алгебра и функции.	6. Умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, умение моделировать реальные ситуации на языке математики.
17	Уметь решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).	П	3	Геометрия.	9, 10, 11. Умение оперировать понятиями геометрии, строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи. Умение строить сечения, изображать геометрические фигуры и т.д.
18	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром.	В	4	Уравнения и неравенства.	3. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.
19	Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений.	В	4	Алгебра и функции.	13. Умение выбирать подходящий метод для решения задачи; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки.

2. Анализ выполнения заданий КИМ

2.1. Статистический анализ выполнения заданий КИМ

Анализ выполнения КИМ в данном разделе выполняется на основе результатов всего массива участников основного периода ЕГЭ по профильной математике в Ханты-Мансийском автономном округе – Югре вне зависимости от выполненного участником экзамена варианта КИМ. Для анализа основных статистических характеристик заданий используется обобщенный план варианта КИМ по учебному предмету «Профильная математика», с указанием средних по региону процентов (%) выполнения заданий каждой линии обучающимися Ханты-Мансийского автономного округа – Югры (таблица 3-13).

Основные статистические характеристики выполнения заданий КИМ в 2024 году

Таблица 3-13

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания/умения ³	Уровень сложности задания ⁴	Процент выполнения задания в Ханты-Мансийском автономном округе - Югре ⁵⁶				
			средний	в группе не преодолевших миним.	от минимального порога до 60 т.б.	в группе 61-80 т.б.	в группе 81-100 т.б.
1	Умение решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).	Б	81,9%	29,0%	72,0%	94,2%	98,5%
2	Умение определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.	Б	87,7%	30,4%	82,6%	97,6%	99,8%
3	Умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.	Б	67,1%	13,4%	50,4%	82,0%	97,0%
4	Умение моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.	Б	97,0%	77,7%	96,9%	99,2%	99,8%
5	Умение моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.	П	63,8%	8,0%	46,6%	80,5%	90,9%
6	Умение решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифм. уравнения, их системы.	Б	97,8%	83,5%	98,2%	99,1%	99,4%
7	Умение проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.	Б	55,8%	2,7%	26,3%	79,9%	95,9%
8	Умение описывать по графику поведение и свойства функции, находить наибольшее и наименьшее значения функции, вычислять производные и первообразные элементарных функций.	Б	57,0%	12,1%	36,0%	73,2%	92,2%
9	Умение описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, формулах.	П	68,4%	23,2%	58,7%	77,3%	91,6%

³ Формулировки проверяемых умений уточнены на основе расшифровки кодов кодификатора и использованных в регионе КИМов

⁴ Б-базовый, П-повышенный, В-высокий

⁵ Для политомических заданий (максимальный первичный балл за выполнение которых превышает 1 балл), средний процент выполнения задания вычисляется по формуле $p = \frac{N}{n \cdot m} \cdot 100\%$, где N – сумма первичных баллов, полученных всеми участниками группы за выполнение задания, n – количество участников в группе, m – максимальный первичный балл, который можно получить за выполнение задания.

⁶ Ячейки имеют цветную заливку, отражающую успешность выполнения задания – зелёный цвет для самых высоких показателей, красный – самых низких с градацией цвета между ними.

10	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, уметь решать текстовые задачи, составлять уравнения и неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.	П	72,2%	6,7%	54,8%	91,0%	98,3%
11	Умение выполнять действия с функциями.	П	87,2%	21,0%	81,6%	98,8%	99,8%
12	Умение исследовать функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции.	П	66,9%	2,7%	47,0%	87,3%	94,4%
13	Умение решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрич. и логарифмич. уравнения, их системы.	П	43,4%	0,0%	9,3%	67,2%	93,6%
14	Умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов), использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.	П	3,0%	0,0%	0,0%	0,7%	20,8%
15	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов.	П	18,2%	0,0%	0,4%	17,8%	83,6%
16	Умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами.	П	28,8%	0,2%	3,9%	39,4%	86,0%
17	Уметь решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).	П	8,3%	0,0%	0,2%	3,9%	51,6%
18	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром.	В	4,5%	0,0%	0,0%	1,0%	31,7%
19	Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений.	В	5,9%	0,1%	2,3%	5,8%	20,3%

Выявление сложных для участников ЕГЭ заданий

На основе приведённого статистического анализа выделены следующие группы заданий:

- задания базового уровня (с процентом выполнения ниже 50 отсутствуют, с наименьшими процентами выполнения):

7. Умение проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

8. Умение описывать по графику поведение и свойства функции, находить наибольшее и наименьшее значения функции, вычислять производные и первообразные элементарных функций.

- задания повышенного и высокого уровня с процентом выполнения ниже 15:

14. Умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов), использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы.

17. Уметь решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей).

18. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром.

19. Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений.

Прочие результаты статистического анализа

Задания, недостаточно усвоенные по группам участников с разным уровнем подготовки (с наименьшим процентом выполнения).

<i>Категория участников</i>	<i>Перечень сложных заданий с указанием проверяемых элементов содержания/умения</i>	
	<i>Задания базового уровня сложности</i>	<i>Задания повышенного и высокого уровней сложности</i>
Группа обучающихся, не достигшие минимального балла.	1. Умение решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). 2. Умение определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами. 3. Умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы. 7. Умение проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции. 8. Умение описывать по графику поведение и свойства функции, находить наибольшее и наименьшее значения функции, вычислять производные и первообразные элементарных функций.	Не актуальны для данной группы.

Группа обучающихся с базовой подготовкой, набравших от минимального балла до 60 тестовых баллов.	7. Умение проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции. 8. Умение описывать по графику поведение и свойства функции, находить наибольшее и наименьшее значения функции, вычислять производные и первообразные элементарных функций.	13. Умение решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрич. и логарифмич. уравнения, их системы. 14. ейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов), использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы. 15. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов. 16. Умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами. 17. Уметь решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). 18. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром. 19. Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений.
Группа обучающихся с повышенным уровнем подготовки, набравших от 61 до 80 тестовых баллов.	Таковых нет.	14. Умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов), использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы. 17. Уметь решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). 18. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром. 19. Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений.

Группа обучающихся с высоким уровнем подготовки, набравших от 81 до 100 тестовых баллов.	Таковых нет.	Таковых нет.
--	--------------	--------------

3. Содержательный анализ выполнения заданий КИМ ЕГЭ по учебному предмету «Математика» (профильный уровень)

Содержательный анализ выполнения заданий КИМ в данном разделе выполняется на основе результатов всего массива участников основного периода ЕГЭ по профильной математике в Ханты-Мансийском автономном округе – Югре вне зависимости от выполненного участником экзамена варианта КИМ. Приведем общие результаты выполнения экзаменационной работы по двум направлениям: для групп заданий различного уровня сложности, для групп заданий по проверяемым предметным результатам и содержательным разделам.

Средний процент выполнения заданий (общая решаемость) в 2024 году составил 55,3% от возможного числа набранных баллов (в 2023 году – 56,1%, в 2022 году – 53,9%). Если сравнивать только долю набравших максимальные баллы за задание, то суммарно решаемость составила 52,2% против 53,4% в прошлом году и 52,3% в 2022 году.

Успешность выполнения групп заданий разных типов и уровня сложности

На диаграмме № 6 представлены результаты участников ЕГЭ по группам проверяемых элементов разного уровня сложности. Анализ решаемости групп заданий, отличающихся уровнем сложности, показывает ситуацию, когда базовые задания КИМа решаются лучше заданий повышенного уровня сложности (но незначительно), а задания высокого уровня показывают значительно более низкие показатели решаемости.

С заданиями базового уровня сложности полностью справились 71,7% обучающихся, с заданиями повышенного уровня – 30,8%, а с заданиями высокого уровня – 18,8%. Таким образом, решаемость заданий по профильной математике отличаются очень высоким уровнем выполнения заданий базового уровня, средним уровнем выполнения заданий повышенного уровня и очень низкой решаемостью заданий высокого уровня.

Диаграмма №6. Сравнение результатов участников ЕГЭ по группам проверяемых элементов разного уровня сложности.



Диаграмма №7. Динамика результатов по группам проверяемых элементов разного уровня сложности

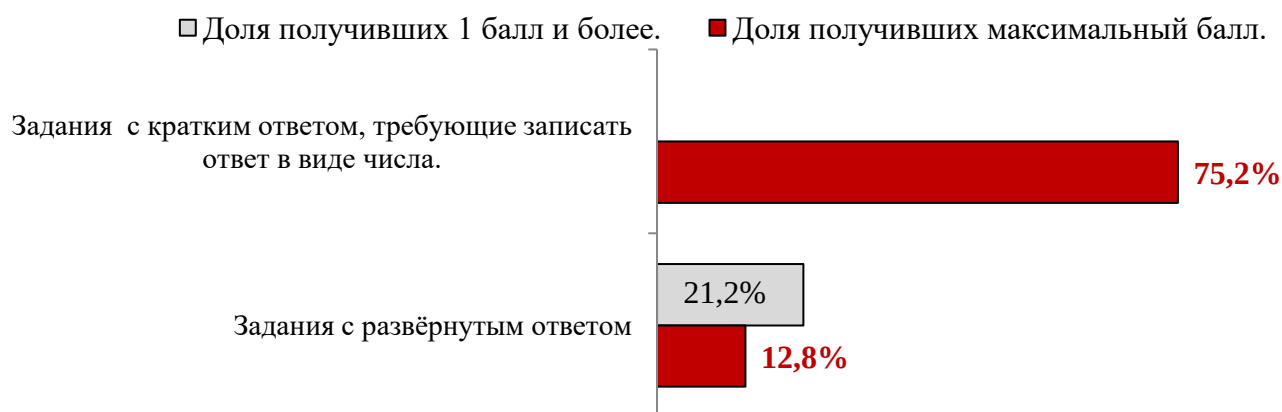


На диаграмме № 7 представлена динамика результатов обучающихся округа по группам проверяемых элементов разного уровня сложности. При построении данной диаграммы использовались значения доли выполнивших задания полностью. Видно, что решаемость заданий базового уровня сложности при некотором колебании по годам имеет тренд к небольшому росту с 70 до 88%, но в этом году произошло снижение до 77,8%, решаемость заданий повышенного уровня в начале периода наблюдений резко выросла, а в последние 6 лет находится на уровне 44%, а решаемость заданий высокого уровня всё это время растёт очень постепенно с 0,4% до 2,0%.

Успешность выполнения групп заданий, отличающихся типом ответа.

Работа, как было указано в соответствующем разделе, включает два типа заданий: с кратким ответом и с развёрнутым ответом. Результаты по этим блокам представлены на диаграмме №8 (расшифровка входящих в анализируемый блок заданий работы см. раздел Краткая характеристика КИМ по предмету).

Диаграмма №8 Сравнение решаемости групп заданий, отличающихся типом ответа.



Задания с кратким ответом, требующие записать ответ в виде числа, показывают значительно более высокую решаемость, чем задания с развернутым ответом.

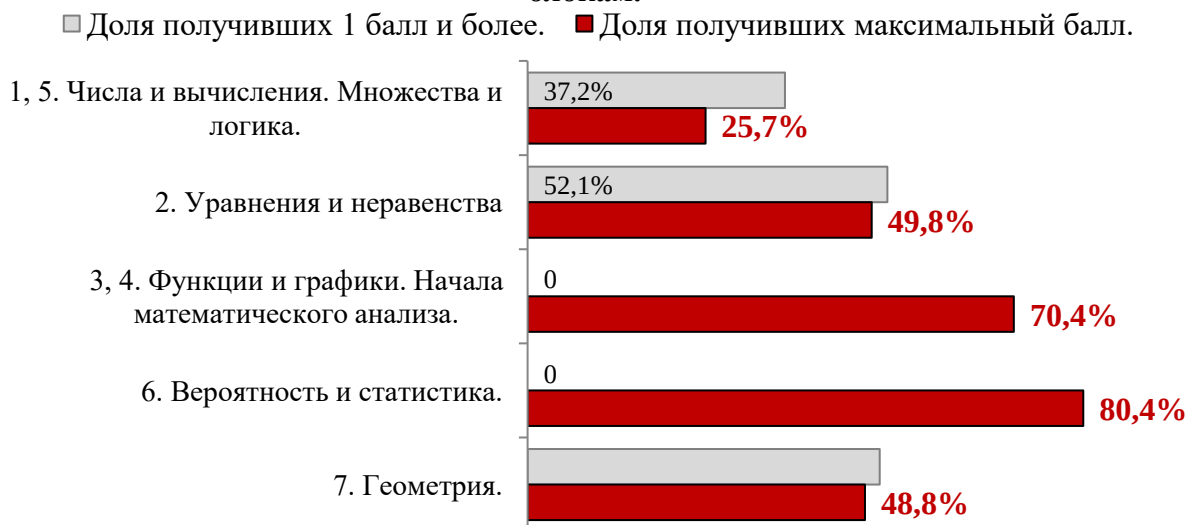
Успешность выполнения групп заданий, отличающихся по содержанию

Ввиду того, что фрейм теста подразумевает различное число заданий по содержательным блокам и проверяемым умениям в разных вариантах, анализ крупных проверяемых блоков выстроен на структуре, которая инвариантна и едина для всех вариантов КИМ. При этом задания экзаменационной работы по профильной математике разделены как по содержательным разделам, так и по проверяемым умениям.

Результаты по содержательным блокам представлены на диаграмме №9, расшифровка входящих в анализируемый блок заданий работы – в таблице 1 (см. раздел Распределение заданий КИМ по содержанию, видам умений и способам действий).

Самая высокая решаемость наблюдается по блокам «6. Вероятность и статистика» и «3, 4. Функции и графики. Начала математического анализа», самые низкие показатели по блокам «1, 5. Числа и вычисления», «7. Геометрия».

Диаграмма №9 Сравнение результатов по содержательным блокам.



Оценить динамику можно сравнив доли выполнивших задания каждого из блоков полностью. По сравнению с прошлым годом самый заметный рост наблюдается в

решаемости блоков «2. Уравнения и неравенства» и «7. Геометрия». Очень значительное снижение решаемости наблюдается по блокам «3, 4. Функции и графики. Начала математического анализа» и «6. Вероятность и статистика».

Успешность выполнения групп заданий, отличающихся по содержанию, видам умений и способам действий

Работа, как было указано в соответствующем разделе включает пять ключевых блоков проверяемых умений. Результаты по этим блокам представлены на диаграмме №10, расшифровка входящих в анализируемый блок заданий работы – в таблице 2 (см. раздел Распределение заданий КИМ по содержанию, видам умений и способам действий).

Самая высокая решаемость наблюдается по блокам «12. Умение оперировать понятиями: вектор, координаты точки и т.п.; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач» и «8. Умение оперировать понятиями теории вероятностей, умение использовать их для решения задач; применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; оценивать вероятности реальных событий; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат». Наиболее проблемными из перечня проверяемых умений являются блоки «9, 10, 11. Умение оперировать понятиями геометрии, строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи. Умение строить сечения, изображать геометрические фигуры и т.д.», «3. Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни» и особенно «13. Умение выбирать подходящий метод для решения задачи; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки». При этом важно отметить, что он проверяются заданием высокого уровня сложности.

Диаграмма №10 Сравнение результатов по проверяемым требованиям к предметным результатам освоения образовательной программы.



Оценить динамику можно сравнив доли выполнивших задания каждого из блоков полностью. По сравнению с прошлым годом небольшой рост наблюдается в числе полностью справившихся заданий следующих блоков: «13. Умение выбирать подходящий метод для решения задачи; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки» и «6. Умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, умение моделировать реальные ситуации на языке математики». При этом заметное снижение наблюдается в решаемости заданий блоков «9, 10, 11. Умение оперировать понятиями геометрии, строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные

с ними практические задачи. Умение строить сечения, изображать геометрические фигуры и т.д.» и «2. Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений».

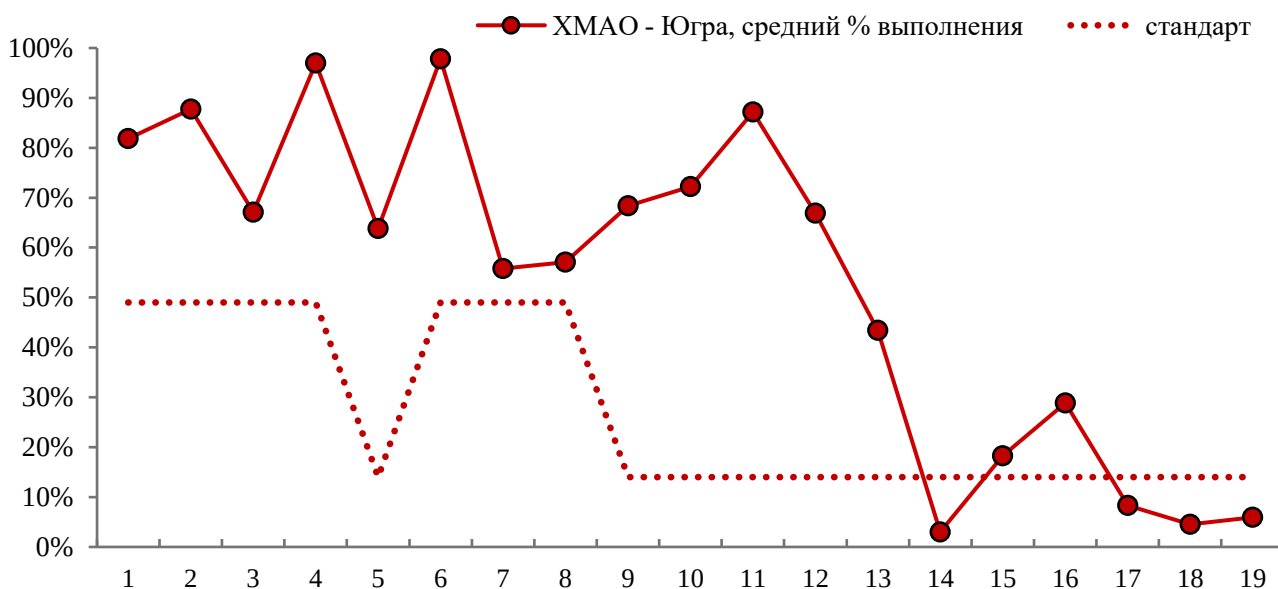
Результаты освоения отдельных дидактических единиц – позадачная решаемость КИМов ЕГЭ-2024 по учебному предмету «Профильная математика»

Успешность решения каждого задания контрольно-измерительных материалов позволяет сделать вывод о степени сформированности каждого из требований, проверяемых данным заданием. Для выявления заданий, вызвавших наибольшие трудности в целом по округу ниже приведены диаграммы средней решаемости заданий, и в зависимости от уровня сложности, динамики решаемости сформирован перечень сложных заданий для последующего их разбора.

При анализе результатов выполнения заданий по каждой группе участников учитывалось, что элементы содержания считаются освоенными, а умения – сформированными, если процент выполнения задания, проверяющего данный элемент лежит выше нижних границ процентов выполнения заданий различных уровней сложности (50% для базового и 15% для повышенного и высокого уровней). На диаграмме этот порог выведен красной линией с подписью «стандарт».

На диаграмме №11 показана позадачная решаемость⁷ заданий ЕГЭ-2024.

Диаграмма №11. Решаемость заданий КИМов ЕГЭ-2024 по профильной математике обучающихся общеобразовательных организаций Ханты-Мансийского автономного округа - Югра



Большинство заданий базового, а также повышенного и высокого уровней сложности выполняются успешно, что говорит о том, что проверяемые ими знания освоены, а умения – сформированы⁸. Из заданий базового уровня самая низкая решаемость у заданий №№7,

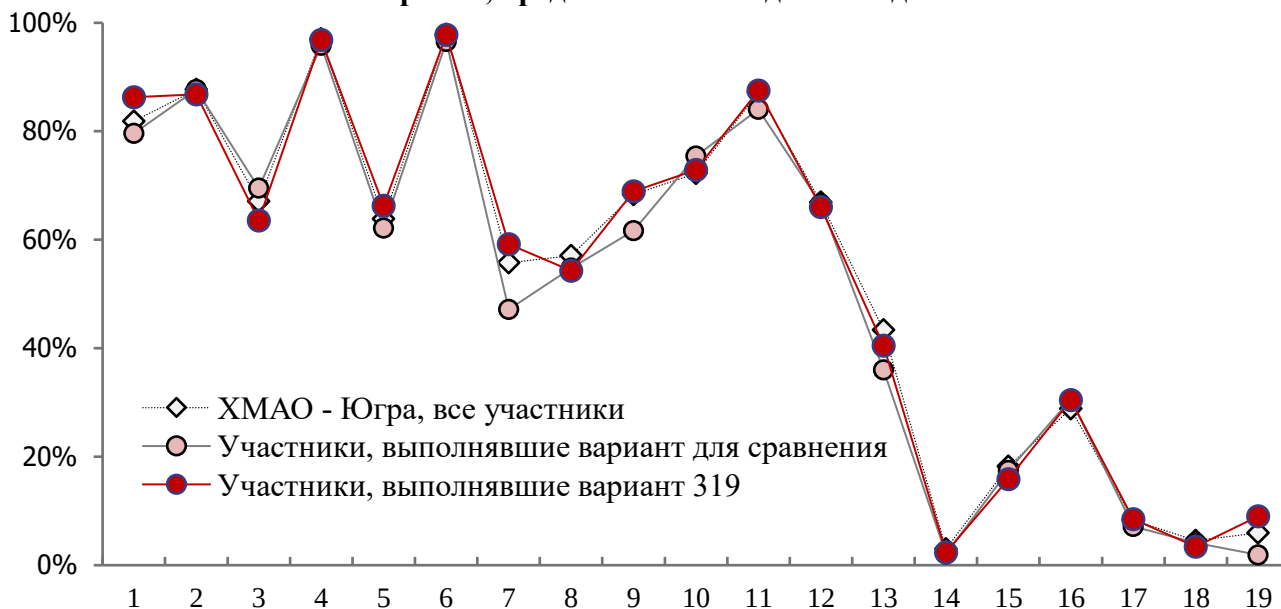
⁷ средний процент выполнения задания вычисляется по формуле $p = \frac{N}{n \cdot m} \cdot 100\%$, где N – сумма первичных баллов, полученных всеми участниками группы за выполнение задания, n – количество участников в группе, m – максимальный первичный балл, который можно получить за выполнение задания

⁸ Перечень элементов содержания / умений и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками региона в целом можно считать достаточным и, напротив, нельзя считать достаточным приведены ниже в разделе 3.2.4.

8, а из заданий повышенного уровня - №14, высокого - №18 и 19. Разберём эти задания на примере варианта №319, но предварительно оценим решаемость заданий этого варианта.

Диаграмма №12 показывает, чем отличается успешность выполнения заданий варианта №319, предоставленного для методического анализа от общей решаемости. Это необходимо для разбора конкретных заданий, который будет приведён ниже.

Диаграмма №12. Сравнение решаемости заданий КИМов ЕГЭ-2024 по профильной математике всех участников и участников, выполнявших вариант, предоставленный для методического анализа

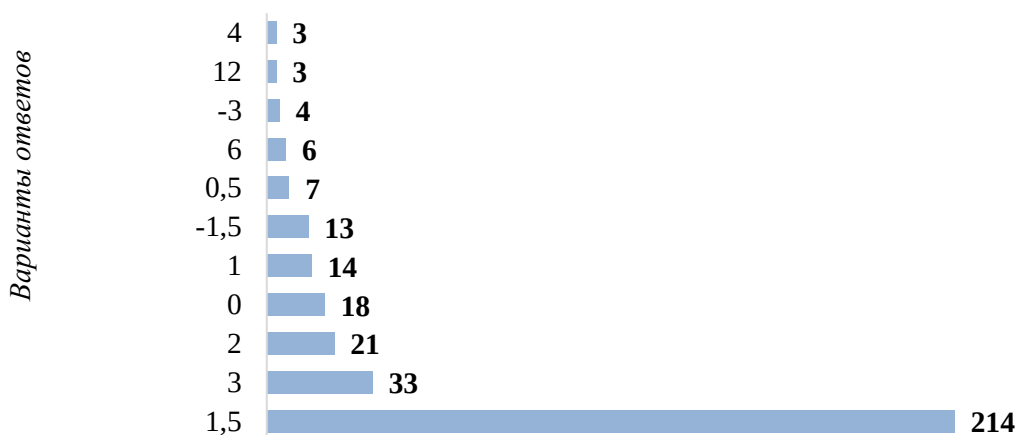


Разбор задания №7. Вариант 319.

7 Найдите значение выражения $2\sqrt{3} \cos^2 \frac{13\pi}{12} - \sqrt{3}$.

Ответ: _____.

Диаграмма №13. Распределение учащихся, выполнявших вариант 319 по вариантам выбранных ими ответов на задание №7



Число учащихся, выбравших ответ, чел.

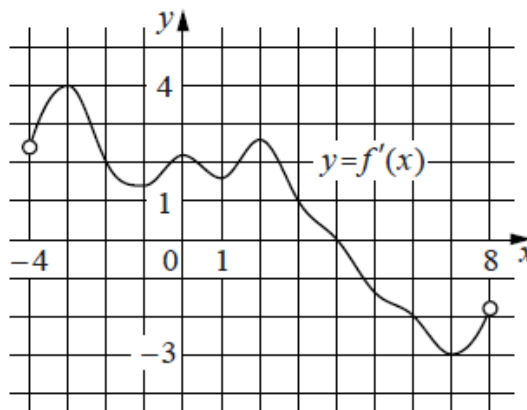
Задание №7 проверяет умение проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и

тригонометрические функции. Для выполнения этого задания необходимо было провести преобразование тригонометрического выражения, используя формулу косинуса двойного угла, формулу приведения и знание табличного значения косинуса угла.

Задание верно выполнили 55,4 % участников экзамена. Неверный ответ 3 дали 8,5 % участников экзамена, скорее всего те участники, которые в табличном значении косинуса угла потеряли в знаменателе 2. Анализ веера ответов показывает, что тема «преобразование тригонометрических выражений» почти у половины участников экзамена вызывает очень большие трудности, это одна из самых трудных тем в обучении обучающихся старшей школы. Процент решаемости в группе участников, не преодолевших минимальный балл составляет 2,7 %, а в группе участников от минимального балла до 60 баллов 26,3%. Типичными ошибками можно считать незнание формул и неумение пользоваться справочной информацией: формула косинуса двойного угла в общем виде представлена в КИМ. Следует уделять больше внимания отработке этой темы, учить пользоваться справочной информацией. Учить не формальному заучиванию готовых тригонометрических формул, а их выводу, что способствует их осознанному применению, а также использование различных мнемотехник для запоминания, например «лошадиное правило тригонометрии» позволяет облегчить запоминание формул приведения, «тригонометрия на пальцах» - табличных значений тригонометрических функций.

Разбор задания №8. Вариант 319.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 8)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

Диаграмма №14. Распределение учащихся, выполнявших вариант 319 по вариантам выбранных ими ответов на задание №8



Задание №8 проверяет умение описывать по графику поведение и свойства функции, находить наибольшее и наименьшее значения функции, вычислять производные и первообразные элементарных функций. Для выполнения этого задания необходимо было по графику производной функции, определить свойство самой функции, знать связь между поведением функции и производной.

Задание верно выполнили 55,4 % участников экзамена. Неверный ответ 2 дали 32% участников экзамена, которые по графику нашли в какой точке на отрезке, достигает максимального значения производная функции, а не сама функция, из-за невнимательного прочтения условия задачи. Неверный ответ 5,2% участников экзамена, которые перепутали связь между знаком производной и поведением самой функции. Процент решаемости в группе участников, не преодолевших минимальный балл составляет 12,1 %, а в группе участников от минимального балла до 60 баллов 36,0%.

Понятие производной вводится в курсе 11-го класса и время на работу с графиками функций и графиками производной и первообразной в ходе изучения темы, скорее всего, было выделено недостаточно. Рекомендовать включать задания данного типа во время актуализации знаний, а в ходе изучения темы, включить задания не только на работу с готовыми графиками функций, а построение графиков функций, используя свойства производной функции и построение графиков производной функций по заданным свойствам функций.

Разбор задания №14. Вариант 319.

14

Все рёбра правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ равны 4. Точка O — центр основания пирамиды. Плоскость, параллельная прямой SA и проходящая через точку O , пересекает рёбра SC и SD в точках M и N соответственно. Точка N делит ребро SD в отношении $SN : ND = 1 : 3$.

а) Докажите, что точка M — середина ребра SC .

б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость OMN пересекает грань SBC .

Задание №14 проверяет умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов), использовать при

решении стереометрических задач планиметрические факты и методы. Для выполнения этого задания необходимо было исследовать на параллельность плоскость и прямую, знать теоремы о параллельности прямой и плоскости, знать теорему Фалеса, иметь пространственное представление о правильной четырехугольной пирамиде, правильно построить сечение, иметь навыки геометрических доказательств, логическое мышление.

Выполнение: от 0% (слабая группа), 0% (группа от минимального порога до 60 т.б.), 0,7% (группа от 61-80 т.б) и 20,8% (сильная группа) участников.

Решаемость геометрических задач повышенного уровня сложности остается на стабильно низком уровне решаемости, в виду сложности данных заданий. К решению данных заданий приступают малое количество участников экзамена. Решаемость данных задач даже в группе участников, получивших от 81 до 100 баллов, составляет 20,8%, то есть примерно только пятая часть участников данной группы. Задание разбито на два пункта. Участники в основном решали только пункт а. Наиболее трудным для выполнения задания стало выполнение пункта б), т.е. нахождения длины отрезка, в котором плоскость пересекает грань. Типичные ошибки; неправильное обоснование геометрических доказательств или их отсутствие, неверное использование теорем. Многие участники экзамена, которые смогли, верно, построить план решения этой задачи, не получили верного ответа из-за вычислительных ошибок, некоторым помешала небрежность в оформлении решения.

Разбор задания №19. Вариант 319.

19

В порту имеются только заполненные контейнеры, масса каждого из которых равна 20 тонн или 60 тонн. В некоторых из этих контейнеров находится сахарный песок. Количество контейнеров с сахарным песком составляет 25 % от общего количества контейнеров.

а) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 20 % от общей массы всех контейнеров?

б) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 60 % от общей массы всех контейнеров?

в) Какую наименьшую долю (в процентах) может составить масса контейнеров с сахарным песком от общей массы всех контейнеров?

Задание №19 проверяет владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений. Для выполнения этого задания необходимо было показать умение применять изученные методы в нестандартной ситуации решения задач, в которой главным компонентом является не преодоление технических сложностей, а поиск пути решения. Задача имеет исследовательский характер, требуя подчас проверки подтверждения или опровержения гипотез.

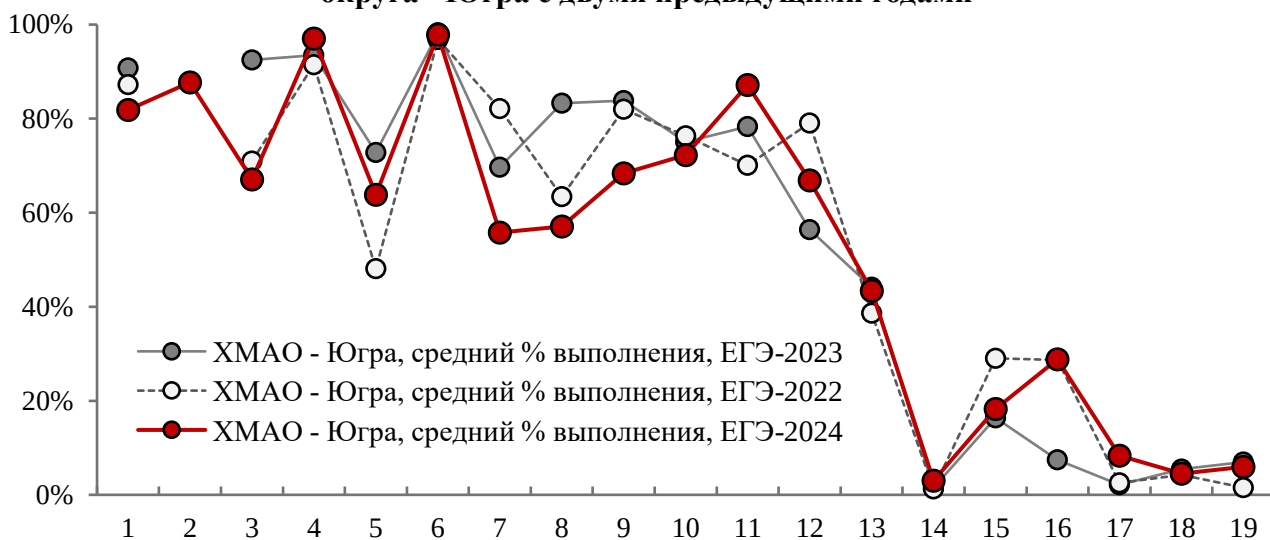
Выполнение: от 0,1% (слабая группа), 2,3% (группа от минимального порога до 60 т.б.), 5,8% (группа от 61-80 т.б) и 20,3% (сильная группа) участников.

В 2024 году участники экзамена, приступившие к решению 19 задания часто неправильно трактовали условия задания, в основном приступали к выполнению пунктов а) и б), при выполнении пункта в) в основном обращались к частным случаям, без общего доказательства.

Задача имеет очень высокий потенциал роста, для ее выполнения важны регулярное решение нетиповых заданий, акцент на развитие мышления, логики, а не только развитие технических навыков. Наиболее эффективно формировать такие навыки начиная с 5–6 класса. Первый пункт задачи имеет конструктивный характер и доступен многим участникам экзамена, поэтому последние годы задача стала приобретать популярность не только у наиболее сильной группы, но и у выпускников с недостаточной общей алгебраической подготовкой, но развитым логическим мышлением. Здесь важно, чтобы учитель верно сориентировал, показал на примерах, что первый пункт не требует специальных знаний – достаточно умения понять условие задачи, небольшой сообразительности и минимального терпения, чтобы обнаружить нужную математическую конструкцию. В старших классах и во время итогового повторения также необходимо решение разнообразных по тематике несложных нетиповых задач, которые имеются в достаточном количестве в банке ФИПИ, открытых банков массовых олимпиад (в том числе школьного этапа ВсОШ).

Диаграмма №15 показывает, чем отличается успешность выполнения заданий на ЕГЭ-2024 от решаемости двух предыдущих лет. Отметим, что более высокие показатели решаемости по сравнению с прошлыми годами наблюдаются по линиям №№4, 6, 11, 16. При этом в линиях №№1, 3, 7-10 наблюдается более низкая решаемость, чем в прошлые годы. Особенно большая разница в заданиях №7 (разбиралось выше) и 9. А также интересно новое задание №2, которое ввели в этом году. Разберём это задание на примере варианта №319.

**Диаграмма №15. Сравнение решаемости заданий
КИМов ЕГЭ-2024 по профильной математике обучающимися
образовательных организаций Ханты-Мансийского автономного
округа - Югра с двумя предыдущими годами**



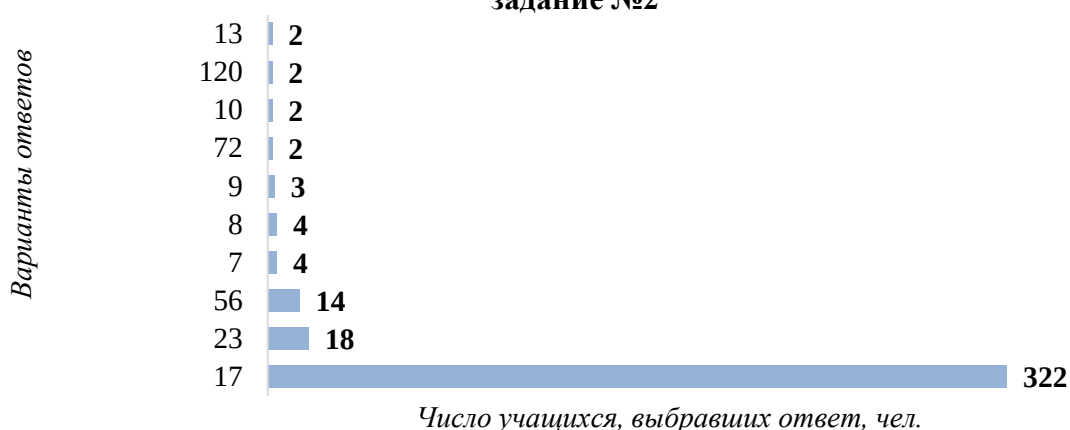
Разбор задания №2. Вариант 319.

2

Даны векторы $\vec{a}(1; 1)$ и $\vec{b}(0; 7)$. Найдите длину вектора $8\vec{a} + \vec{b}$.

Ответ: _____.

Диаграмма №16. Распределение учащихся, выполнявших вариант 319 по вариантам выбранных ими ответов на задание №2



Задание №2 проверяет умение определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами. Для выполнения этого задания необходимо было найти координаты нового вектора и применить формулу нахождения длины вектора, заданного своими координатами.

Данное задание относится к курсу основной школы. 83,4 % участников экзамена, которые решали вариант №319 дали верный ответ. Неверный ответ 23, дали участники экзамена, которые не знают формулу длины вектора в координатах, они верно нашли координаты вектора и просто их сложили. Анализ веера ответов показывает, что остальные участники экзамена испытывают трудности в действиях с векторами, заданными в координатах.

Диаграмма №18 позволяет сравнить среднюю решаемость четырёх групп обучающихся с разным уровнем подготовки:

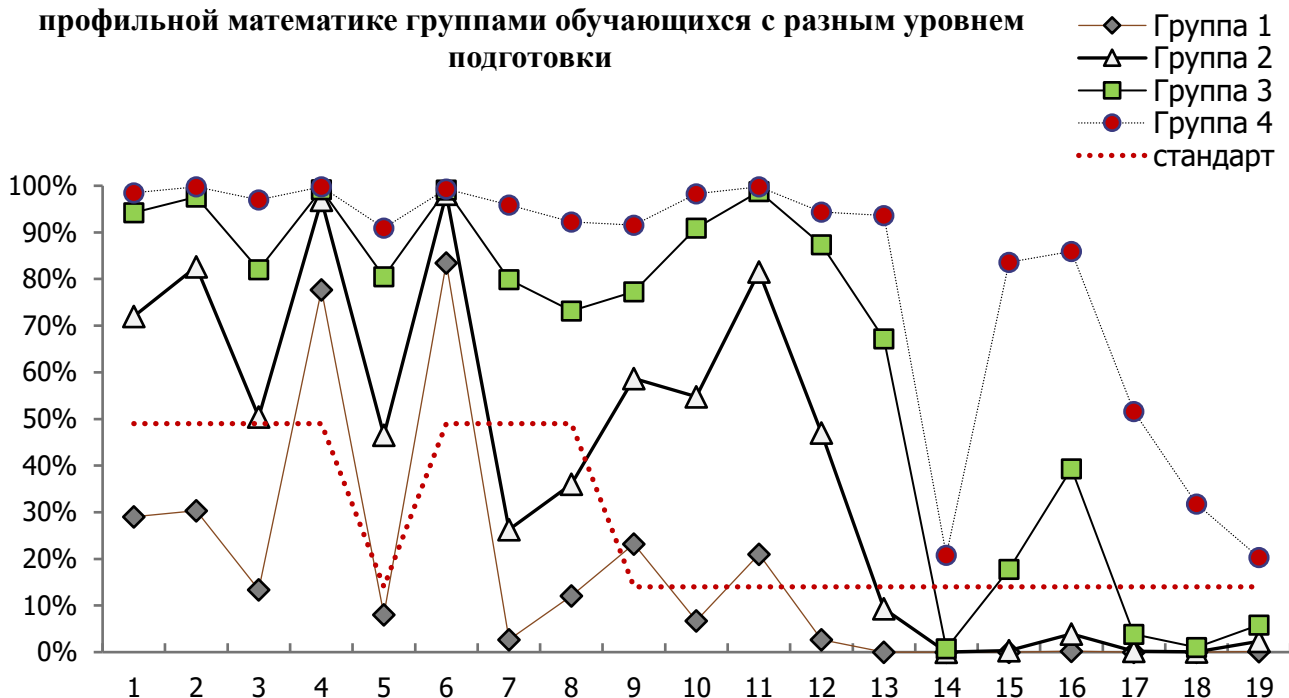
Группа 1 – обучающиеся с минимальным уровнем подготовки, не преодолевшие минимального балла и набравшие тестовые баллы в интервале 0–36;

Группа 2 – обучающиеся с базовой подготовкой и набравшие тестовые баллы в интервале 37–60;

Группа 3 – обучающиеся с повышенным уровнем подготовки, набравшие тестовые баллы в интервале 61–80;

Группа 4 – обучающиеся с высоким уровнем подготовки, набравшие тестовые баллы в интервале 81–100.

Диаграмма №18. Сравнение решаемости заданий КИМов ЕГЭ-2024 по профильной математике группами обучающихся с разным уровнем подготовки



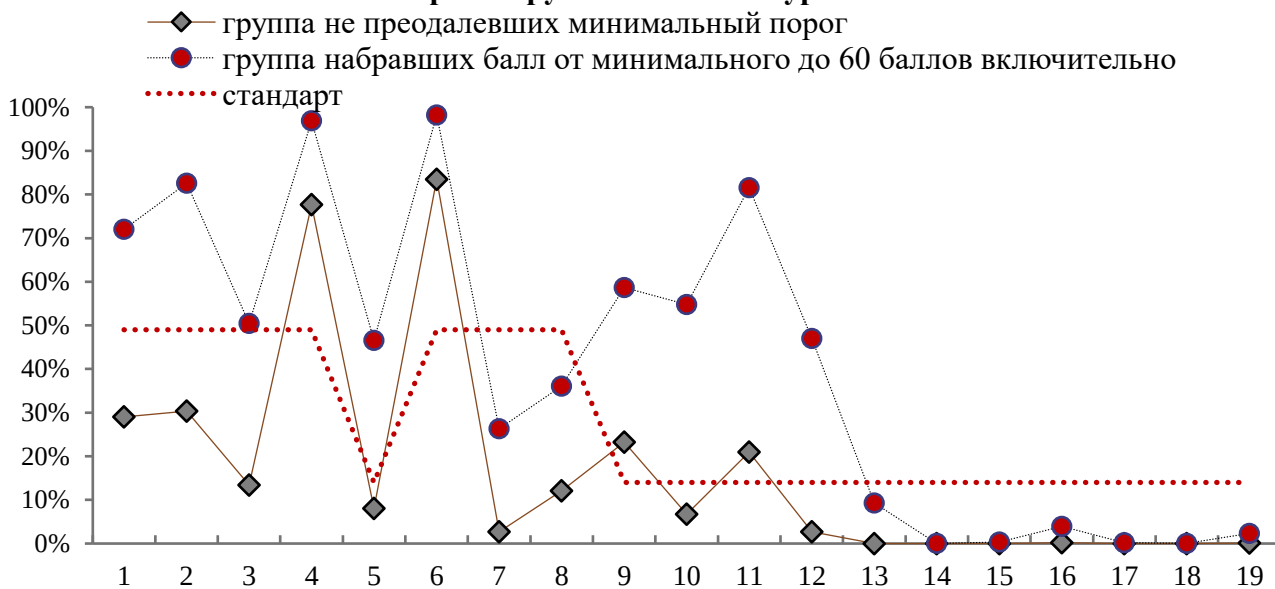
Сравнение решаемости групп учащихся с разным уровнем подготовки между собой и с указанным минимумом позволяет сделать следующие заключения:

- Профили решаемости групп обучающихся с разным уровнем подготовки по профильной математике отличаются достаточно сильно.
- В профилях решаемости по профильной математике нет заданий, которые бы выполнялись с примерно одинаковой успешностью выпускниками с разным уровнем подготовки. Наиболее близким по решаемости участников всех четырёх групп являются задания №№4, 6, 14, 19, а, напротив, заметную дифференциацию между участниками всех четырёх групп показали задания №№7, 10, 12, 13.
- Выпускники с высоким уровнем подготовки успешно выполняют практически все задания работы. Небольшие затруднения у этой группы вызвали лишь задания №№14, 18, 19.
- Наиболее массовая группа выпускников с повышенным уровнем подготовки показали успешное выполнение с результатом более 50% по заданиям базового уровня и выше 15% по заданиям высокого и повышенного уровней (кроме №№14, 17-19). Задания №№1, 2, 4, 6, 11 в успешности выполнения мало отличаются от группы с высоким уровнем подготовки.
- Выпускники с базовым уровнем подготовки освоила выше стандарта большинство проверяемых элементов, кроме №№7, 8, 13-19.
- Группа с недостаточным уровнем подготовки успешно усвоила лишь 4 из 19 проверяемых элементов.

Сравнение решаемости групп учащихся с разным уровнем подготовки между собой и с выбранной нормой позволяет также выявить задания, оказавшиеся сложными для каждой группы обучающихся. Разберём несколько заданий, на которые имеет смысл обратить внимание при подготовке наименее подготовленных учащихся. Отработка данных линий может помочь им преодолеть минимальный порог и тем самым снизить число

неуспевающих по результатам ЕГЭ по профильной математике. Для определения этих заданий сравним профиль решаемости не преодолевших минимальный порог (группа №1) и профиль решаемости группы №2 с базовым уровнем подготовки. Обратим внимание преимущественно на задания базового и повышенного уровней, с которыми успешно справились участники с базовым уровнем по сравнению с неуспевающими. Это заданий №№1, 2 (разбиралось выше), 3, 11.

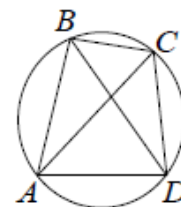
Диаграмма №19. Сравнение решаемости заданий КИМов ЕГЭ-2024 по профильной математике группой не преодолевших минимальный порог и группы с базовым уровнем



Разбор задания №1. Вариант 319.

1

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 120° , угол ABD равен 43° . Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

Диаграмма №20. Распределение учащихся, выполнявших вариант 319 по вариантам выбранных ими ответов на задание №1



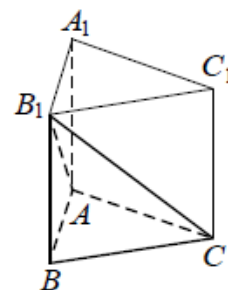
Задание №1 проверяет умение решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). Для выполнения этого задания необходимо использовать свойства углов в окружности.

Верный ответ 77 дали 79,3 % участников экзамена. Анализ всера ответов показывает, что остальные участники экзамена испытывают трудности в данной теме, тема изучалась в 7-8 классах, на повторение этой темы участникам группы с минимальной подготовкой следует уделить больше времени. Желательно выделить их в отдельную группу по подготовке к экзамену.

Разбор задания №3. Вариант 319.

3

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, B_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 8.



Ответ: _____.

Диаграмма №21. Распределение учащихся, выполнявших вариант 319 по вариантам выбранных ими ответов на задание №3

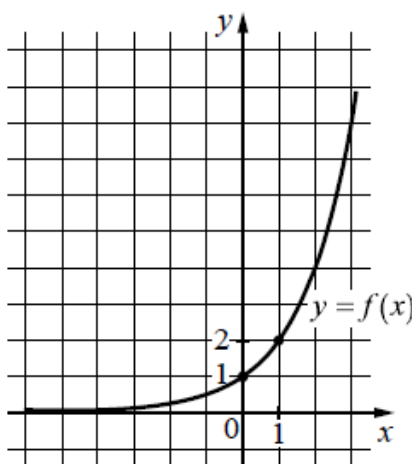


Задание №3 проверяет умение решать простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объёмов); использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы. Для выполнения этого задания необходимо различать виды многогранников, определить вид многогранника, объём которого нужно было найти, и знать формулы объёмов.

Верный ответ 8 дали 65,5 % участников, неверный ответ 12 дали 13,2 % участников экзамена, которые, скорее всего, определили, что многогранник вершины, которого были даны, является половиной данной призмы, ответ 24 дали 8,0 % участников, которые невнимательно прочитали условие задания и нашли объём данной призмы. Это типичные ошибки неверного представления пространственных фигур, незнание необходимых формул. Необходимо развивать пространственное мышление, формировать приёмы удержания в памяти необходимой информации.

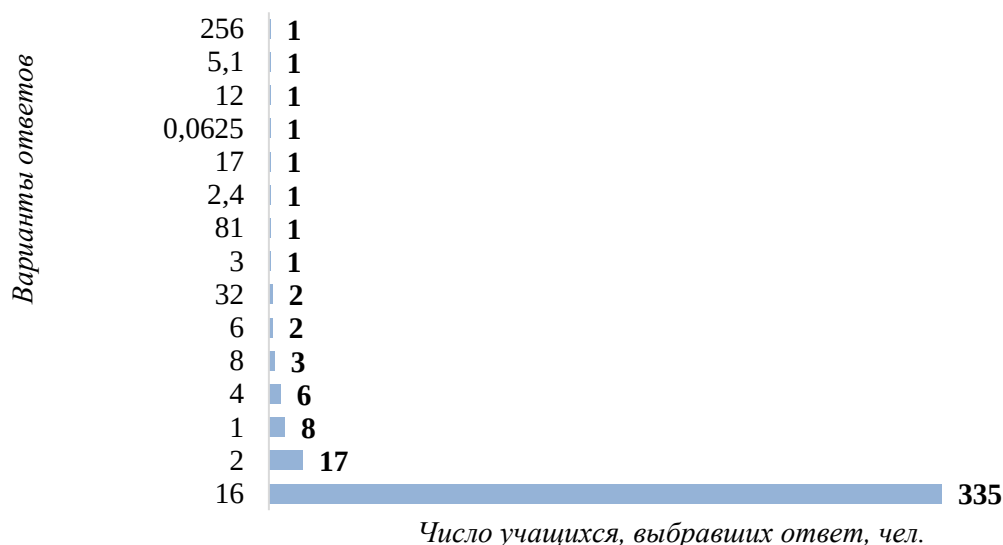
Разбор задания №11. Вариант 319.

- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(4)$.



Ответ: _____.

**Диаграмма №22. Распределение учащихся, выполнявших
вариант 319 по вариантам выбранных ими ответов на
задание №11**

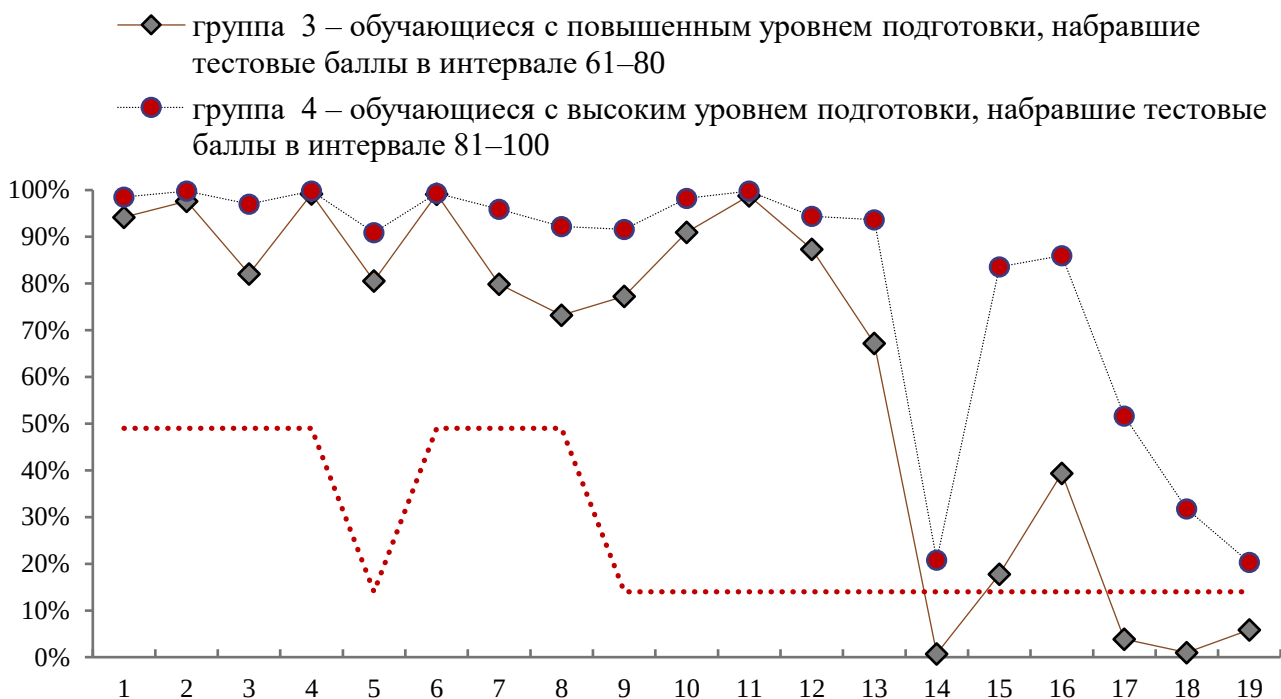


Задание №11 проверяет умение выполнять действия с функциями. Для выполнения этого задания необходимо было, используя графическое представление функции найти его аналитический способ задания и найти значение функции в указанной точке.

Это задание в 2024 году оказалось для участников экзамена легче, чем задание 2023 года, верно, выполнили около 87 % участников экзамена. Это задание повышенного уровня сложности. Для повторения этой темы, участникам группы с минимальной подготовкой следует уделить больше времени, а на этапе изучения данной темы больше времени уделять на построение функций, на преобразования функций.

Разберём также несколько заданий повышенного и высокого уровней сложности, которые были наиболее сложными для обучающихся с высоким уровнем подготовки. Для определения этих заданий сравним профиль решаемости этой группы с профилем решаемости группы обучающихся с повышенным уровнем подготовки, набравшие и набравшие тестовые баллы в интервале 61–80. Это задания №№ 14 (разбиралось выше), 13, 15, 16 (будет разбираться ниже в разделе метапредметных результатов), 17 и 18.

Диаграмма №23. Сравнение решаемости заданий КИМов ЕГЭ-2024 по профильной математике группы с высоким уровнем подготовки (81-100) и группы с повышенным уровнем подготовки (61-80)



Разбор задания №13. Вариант 319.

13

а) Решите уравнение

$$\sin 2x + \sqrt{2} \cos(x + \pi) = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

Задание №13 проверяет умение решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы. Для выполнения этого задания необходимо было в пункте а) применить формулы приведения, формулу двойного аргумента, решить уравнение разложением на множители, в пункте б) выполнить обоснованный отбор корней.

Из диаграммы №23 видим, что в группе обучающихся с повышенным уровнем подготовки, верно, выполнили 67,2 % участников экзамена, в группе обучающихся с высоким уровнем подготовки 93,6 % участников экзамена. Во всей группе участников экзамена, верно, выполнили 13 задание 44% участников.

Типичные ошибки, допущенные участниками экзамена, которые решали данную задачу: незнание тригонометрических формул, редко неправильное решение простейших тригонометрических уравнений, а также табличных значений. При отборе корней чаще используют числовую (тригонометрическую) окружность. Этот метод, безусловно, обладает рядом преимуществ (простота, быстрота нахождения необходимых корней и наглядностью), но обучающиеся при этом нередко упускают, что обоснованным решением являются следующие моменты: на числовой окружности должны быть отмечены и обозначены концы числового отрезка, выделена дуга, отмечены и обозначены корни, принадлежащие данному отрезку. На окружности могут быть отмечены вспомогательные числа, принадлежащие числовому отрезку. Вторым по распространенности является отбор

корней с помощью решения двойных неравенств, к недостаткам которого можно отнести вычислительные ошибки. Все реже отбор корней производится другими способами (с помощью графика, перебором и т.п.). При этом отбор корней нельзя назвать обоснованным, если перебор остановлен на корне, принадлежащем отрезку.

Тема «решение тригонометрических уравнений» одна из самых трудных тем в обучении обучающихся старшей школы. Следует уделять больше внимания отработке этой темы, учить пользоваться справочной информацией. Учить не формальному заучиванию готовых тригонометрических формул, а их выводу, что способствует их осознанному применению, а также использование различных мнемотехник для запоминания, например «лошадиное правило тригонометрии» позволяет облегчить запоминание формул приведения, «тригонометрия на пальцах» - табличных значений тригонометрических функций.

Разбор задания №15. Вариант 319.

$$\boxed{15} \quad \text{Решите неравенство } 11^x - 6 - \frac{24 \cdot 11^x - 244}{121^x - 16 \cdot 11^x + 60} \leq \frac{1}{11^x - 10}.$$

Задание №15 проверяет умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов. Для выполнения этого задания необходимо было решить неравенство, являющееся комбинацией показательного и дробно-рационального неравенств.

Из диаграммы №23 видим, что в группе обучающихся с повышенным уровнем подготовки, верно, выполнили 17,8 % участников экзамена, в группе обучающихся с высоким уровнем подготовки 83,6 % участников экзамена. Во всей группе участников экзамена, верно, выполнили 15 задание 16% участников.

Как видим, наблюдается очень большой разрыв между группами участников.

Типичные ошибки: после замены переменной участники не справились с разложением на множители алгебраических выражений третьей и четвертой степеней; отсутствуют навыки решения уравнений третьей и четвертой степеней; не умеют находить и записывать решение системы неравенств; не понимают сути метода интервалов; не различают понятия система и совокупность; выполняют неравносильные преобразования приводящие к сужению области определения; не учитывают области определения. Ошибки в выполнении задания 15 свидетельствуют о существующей проблеме в подготовке заметной доли выпускников — несформированности умения решать не только показательные и дробно-рациональные неравенства, но и неравенства вообще. Метод интервалов сводится к большой последовательности действий, необходимо формировать приёмы удержания в памяти необходимой информации, может быть применение мнемотехнических правил.

Разбор задания №17. Вариант 319.

- 17** Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B . Отрезок BC — диаметр этой окружности.
- Докажите, что $\angle ANB = 2\angle ABC$.
 - Найдите расстояние от точки N до прямой AB , если известно, что $AC = 14$ и $AB = 36$.

Задание №17 проверяет умение решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей). Для выполнения этого задания достаточно было знаний уровня 7 и 8 классов, чем и воспользовались участники экзамена с сильной математической подготовкой.

Планиметрические задачи традиционно входили в состав вступительных испытаний технических и математических специальностей вузов. Растущий, но всё ещё относительно низкий процент выполнения геометрических заданий повышенного и высокого уровней сложности свидетельствует о сохраняющихся проблемах в преподавании геометрии. Одна из причин — рассмотрение тех типов задач, которые встречались на экзамене в предыдущие годы, а не обучение полноценной геометрии. Эта практика распространена повсеместно и касается, конечно, не только геометрии, но именно в геометрии ярче проявляются пагубные результаты, поскольку однотипные геометрические конфигурации различаются между собой гораздо больше, чем однотипные уравнения или неравенства.

Задание разбито на два пункта. Участники в основном решали только пункт а). Наиболее трудным для выполнения задания стало выполнение пункта б), т.е. нахождения расстояния от точки до прямой. Характерные ошибки: нет навыков геометрических доказательств, отсутствует логика доказательств, неправильное обоснование, либо его отсутствие, неточность расчётов.

Разбор задания №18. Вариант 319.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + y = a, \\ |y| = |x^2 - 2x| \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Задание №18 проверяет умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром.

Навыки, необходимые для верного выполнения данного задания, формируются на протяжении многих лет обучения математике. Для решения задачи необходимы развитая математическая культура, что позволит решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата, умение проводить исследование системы уравнений на совместность и количество решений. Многим выпускникам помогло умение изображать на плоскости множества, задаваемые уравнениями и неравенствами. Задача даёт возможность участнику экзамена, претендующему на поступление в вуз с высокими требованиями к уровню математической подготовки, показать умение верно проводить рассуждения, проверки, преобразования. Поэтому за задачу берутся в основном выпускники с высоким уровнем подготовки. Выполнение задания является одним из характерных признаков наиболее сильной группы участников. Большинство решало задание графическим способом, в 2024 году была более сложная для исследования система, которая содержала функцию с модулем, участники, не все справились с построением функции, содержащей модуль. Допущены ошибки в работе с раскрытием модулей, неполное описание и анализ возможных ситуаций, неправильная трактовка графика прямой с параметром.

4. Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ ЕГЭ по учебному предмету «Математика» (профильный уровень)

Включённые в КИМ ЕГЭ задания выявляют достижение метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы среднего общего образования. При выполнении заданий, помимо предметных знаний, умений, навыков и способов познавательной деятельности, востребованы также универсальные учебные познавательные, коммуникативные и регулятивные (самоорганизация и самоконтроль) действия. Полный перечень межпредметных результатов с указанием заданий работы к каждому приведён в таблице «Распределение заданий КИМ по профильной математике по блокам метапредметных результатов в рамках ФГОС», а успешность их выполнения отражена на диаграмме 26.

Диаграмма №26. Сравнение результатов участников ЕГЭ по блокам метапредметных результатов.



Разберём задание, на успешность выполнения которого могла повлиять слабая сформированность метапредметных умений. Обратим внимание на умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами, которое проверяется заданием №16 повышенного уровня сложности.

Разбор задания №16. Вариант 319.

16

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и общая сумма платежей составит 311 040 рублей?

Для выполнения этого задания нужно уметь решать текстовую задачу с экономическим содержанием. Из диаграммы №5 видим, что с задачу, верно, выполнили 27% участников экзамена.

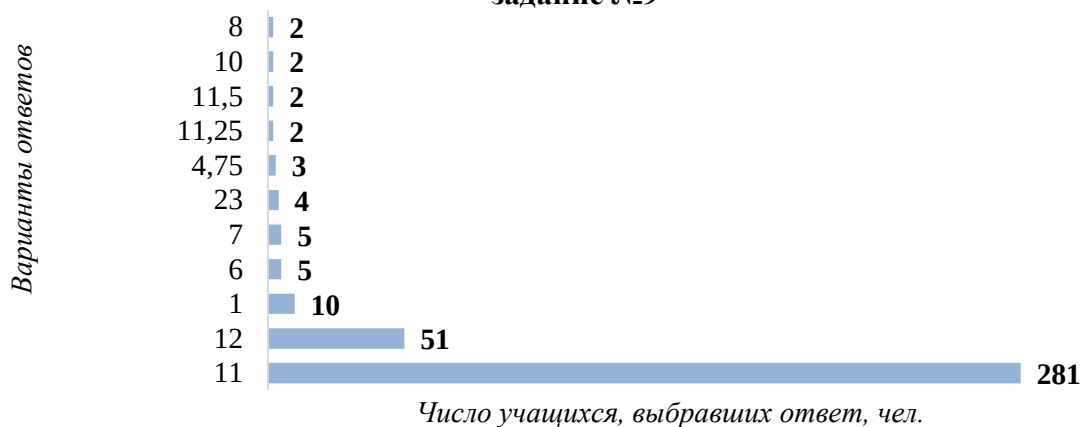
Допущенные ошибки: путаница со схемами для решения экономических задач; путаница в понятиях «процентная ставка» и «повышающий коэффициент»; путаница в понятиях «сумма всех платежей» и «единовременный платеж»; ошибка при определении суммы кредита от общих выплат; ошибки при нахождении «процента от числа»; замена условия «равный платеж» условием «доля уменьшается равномерно» позволяют сказать о слабой сформированности метапредметных умений, например, таких как: устанавливать существенный признак; выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу; уметь переносить знания в познавательную и практическую область жизнедеятельности. Слабая сформированность регулятивных УУД выражается в отсутствии рефлексии выбранного метода решения, проверки полученного решения, наличии вычислительных ошибок.

Разбор задания №9. Вариант 319.

- 9** Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 23 \text{ м/с}$, начал торможение с постоянным ускорением $a = 2 \text{ м/с}^2$. За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 132 метра. Ответ дайте в секундах.

Ответ: _____.

Диаграмма №17. Распределение учащихся, выполнявших вариант 319 по вариантам выбранных ими ответов на задание №9



Задание №9 проверяет умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов. Для выполнения этого задания необходимо составить модель для определения пути после начала торможения и найти время, прошедшее с начала торможения до остановки.

Верный ответ 11 дали 72,8 % участников экзамена. Типичный неверный ответ 12 обусловлен слабой сформированностью метапредметных умений, таких как анализ полученного в ходе решения результата и оценка его правдоподобности, в задании надо

было найти время, прошедшее с момента начала торможения, в результате решения математической модели получается два положительных числа и не все участники экзамена сделали верный выбор. Проблемы у остальных участников возникают на стадии чтения условия задачи или при подстановке данных в формулу и составлении математической модели.

5. Рекомендации по совершенствованию организации и методики преподавания обучающимся

▪ Учителям:

продолжать изучение нормативной базы, которая определяет подходы к отбору содержания и построению КИМ, учитывая изменения, которые уже коснулись и будут внесены в ближайшее время в КИМ ЕГЭ; Методическую помощь учителю и обучающимся могут оказать материалы с сайта ФИПИ (www.fipi.ru):

документы, определяющие структуру и содержание КИМ для государственной итоговой аттестации по математике (профильный уровень) выпускников 11 классов (кодификатор элементов содержания, спецификация и демонстрационный вариант КИМ);

учебно-методические материалы для членов и председателей региональных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ выпускников;

учебно-методические материалы для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 года по математике;

обязательно включать задания, развивающие метапредметные умения и навыки.

При изучении курса алгебры учителям математики следует:

- больше внимания уделять культуре вычислений и преобразований;
- формировать приёмы удержания в памяти необходимой информации, а также использовать различные мнемотехники для запоминания;
- для актуализации знаний необходимо включать задания, которые вызывают трудности;
- на всем этапе обучения математике учить правильному оформлению решения задач; учить использовать символику, формировать правильную математическую письменную речь;
- при изучении геометрии, начиная уже с 7-го класса развивать навыки геометрических доказательств, решать задачи не только на определение количественных величин, но и задачи на доказательство; при решении задач составлять план решения задач - например: определить к какой теме относится задача, что нужно найти, что я знаю по этой теме, что я не знаю - обратиться к справочной информации, сделать чертеж, проверить его правдоподобность;
- при изучении стереометрии развивать пространственное мышление, развивать представление пространственных фигур, работать с моделями пространственных фигур, использовать программы для построения чертежей к задачам: например «Геогебра» или «Живая математика».

- *ИПК / ИРО, иным организациям, реализующим программы профессионального развития учителей*

Активизировать работу по привлечению учителей математики к участию в семинарах, конкурсах, конференциях, проводимых АУ «Институт развития образования».

Привлекать действующих экспертов региональной предметной комиссии для осуществления информационной, организационной и консультационной методической поддержки учителей, готовящих участников ЕГЭ по профильной математике.

6. Рекомендации по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями подготовки

- *Учителям.*

В процессе обучения для успешного выполнения заданий всех уровней (базового, повышенного и высокого) следует применять дифференцированный подход: дифференцировать домашние задания, задания на проверочные работы. Необходимо обучение с учетом индивидуальных особенностей обучающихся, дифференциации по уровню подготовки и ставить перед каждым ту цель, которую он может реализовать в соответствии с уровнем его подготовки, при этом опираясь на самооценку и устремления каждого.

Разделить обучающихся на группы, в зависимости от уровня успеваемости, мотивации к обучению: например-

1 группа: обучающиеся с высокой успеваемостью, высокий уровень познавательной активности, развитые положительные качества ума: абстрагирование, обобщение, анализ, гибкость мыслительной деятельности. Цель обучения – воспитание у этой группы ребят трудолюбия и высокой требовательности к результатам своей работы.

2 группа: обучающиеся со средними учебными возможностями. При работе с этой группой главное внимание необходимо уделять развитию их познавательной активности, участию в разрешении проблемных ситуаций, воспитанию самостоятельности и уверенности в своих познавательных возможностях. Необходимо постоянно создавать условия для продвижения в развитии этой группы школьников и постепенного перехода части из них в 1 группу.

3 группа: обучающиеся с пониженной успеваемостью в результате их педагогической запущенности или низких способностей. Необходимо уделить особое внимание этим детям, поддержать их, помочь им усваивать материал, работать некоторое время только с ними на уроке, пока первая и вторая группы работают самостоятельно, помогать усваивать правило, формировать умение объяснить математическое утверждение, проговаривать вслух, то есть работать с учащимися индивидуально. В работе с ними следует применять письменные инструкции алгоритмы, образцы рассуждений, таблицы. Объяснение нового материала должно быть более детализированным, развернутым, опираться на наглядность, практическую деятельность ребят. Учитывая особенности памяти этих детей, необходимо постоянно возвращаться к изученному материалу, повторять его, доводя до автоматизма, поддерживать их внимание при объяснении нового материала, замедлять темп объяснения в трудных местах, поощрять вопросы с их стороны при затруднении в усвоении.

Смысл дифференцированного обучения состоит в том, чтобы, зная индивидуальные особенности каждого ученика (уровень подготовки, развития, особенность мышления,

познавательный интерес к предмету), определить для него наиболее целесообразный и эффективный вид деятельности, формы работы и типы заданий на уроке.

Опыт показывает, что общие для всего класса задания не могут быть доступны в одинаковой мере для всех учащихся. Необходимо так строить процесс обучения, чтобы он предъявлял достаточно высокие требования к более подготовленным ученикам, обеспечивал их максимальное интеллектуальное развитие и в то же время создавал условия для успешного овладения и развития менее подготовленных учащихся. Поэтому нужно использовать систему дифференцированных заданий.

При изучении нового материала и его отработке необходимо сочетать различные методы обучения: традиционные и интерактивные, направленные на организацию самостоятельной работы каждого ученика, что также позволит устранить пробелы в знаниях и умениях.

▪ *Администрациям образовательных организаций.*

Рекомендовать: организовать и проводить внеурочные занятия по подготовке к экзаменам с учетом деления обучающихся на группы в зависимости от уровня успеваемости, мотивации к обучению, при этом для разных групп могут разные учителя.

7. Рекомендации по темам для обсуждения/обмена опытом на методических объединениях учителей-предметников для включения в региональную дорожную карту по развитию региональной системы образования

Анализ результатов ГИА по учебному предмету «Математика» обучающихся конкретной образовательной организации, муниципалитета за 2023-2024 учебный год и выявить имеющиеся затруднения. Использовать для проведения анализа информационно-методические отчеты по результатам ГИА АУ «Институт развития образования».

Организовать передачу опыта лучших учителей через проведение мастер-классов (из опыта работы учителей-практиков).

Семинар по теме «Приёмы удержания в памяти необходимой информации, а также использование различных мнемотехник для запоминания».

Семинар по теме «Планируемые результаты освоения учебного предмета «Математика» в разрезе метапредметных результатов, способы и методы достижения».

Семинар по теме «Геометрия: развитие навыков геометрических доказательств».

Семинар по теме «Геометрия: решение планиметрических задач».

Семинар по теме «Числа и вычисления. Множества и логика».

Семинар по теме «Задания, формирующие умения проводить преобразования буквенных выражений с 6 по 11 класс».

Семинар по теме «Графики функций, графики производной, графики первообразной».

Семинар по теме «Методика проверки и оценки заданий с развернутым ответом для учителей, работающих в 10-11 классах».

8. Рекомендаций по возможным направлениям повышения квалификации работников образования для включения в региональную дорожную карту по развития региональной системы образования

Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы СОО на основе изменённого в 2022 году ФГОС.

Неравенства в заданиях ЕГЭ по математике.

Планируемые результаты освоения учебного предмета «Математика» в разрезе метапредметных результатов, способы и методы достижения.

Обучение учителей техникам развивающей обратной связи.

Модель персонализированного образования.

Методы решения и методика проверки и оценки задач повышенного и высокого уровня сложности в ЕГЭ.

9. Документы и материалы

1. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 № 413 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования». – Текст: электронный <https://normativ.kontur.ru/document?moduleId=1&documentId=432227&ysclid=lx89wzo0p16958772> (дата обращения: 10.06.2024).

2. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 12.08.2022 № 732 «О внесении изменений в федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 г. № 413». – Текст: электронный https://iro86.ru/images/2024/Минпросвещение_России_Приказ_732_от_12.08.2022_изм.в_413.pdf (дата обращения: 10.06.2024).

3. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 18.05.2023 № 371 «Об утверждении федеральной образовательной программы среднего общего образования» - Текст: электронный // <http://publication.pravo.gov.ru/document/0001202307130017?ysclid=lx8a0og6kf951233925> (дата обращения: 10.06.2024).

4. Документы, определяющие структуру и содержание КИМ для государственной итоговой аттестации по биологии выпускников 11 классов. Кодификатор элементов содержания, спецификация и демонстрационный вариант КИМ. – Текст: электронный // Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ): сайт / Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений». – Москва. <https://fipi.ru/egge/demoversii-specifikacii-kodifikatory#!/tab/151883967-6> (дата обращения: 10.06.2024).

5. Учебно-методические материалы для членов и председателей региональных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ выпускников. – Текст: электронный // Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ): сайт / Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Федеральный институт педагогических измерений». – Москва. –

<https://fipi.ru/ege/dlya-predmetnyh-komissiy-subektov-rf#!/tab/173729394-5> (дата обращения: 10.06.2024).

6. Инструктивно-методическое письмо об организации образовательной деятельности в общеобразовательных организациях Ханты-Мансийского автономного округа – Югры в 2022-2023 учебном году. – Текст : электронный // Автономное учреждение дополнительного профессионального образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры «Институт развития образования» : сайт / – Ханты-Мансийск, (1974-2022) – URL: <https://iro86.ru/index.php/zhurnaly/metodicheskie-rekomendatsii-posobiya/instruktivno-metodicheskie-pisma-po-organizatsii-obrazovatelnoj-deyatelnosti-v-obrazovatelnykh-organizatsiyakh/594-instruktivno-metodicheskoe-pismo-ob-organizatsii-obrazovatelnoj-deyatelnosti-v-obshcheobrazovatelnykh-organizatsiyakh-khanty-mansijskogo-avtonomnogo-okruga-yugry-v-2023-2024-uchebnom-godu-1/file> (дата обращения: 26.07.2024).

7. Материалы регионального семинара для образовательных организаций, имеющих признаки необъективности оценивания по результатам ВПР. – Текст : электронный // Автономное учреждение дополнительного профессионального образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры «Институт развития образования» : сайт / – Ханты-Мансийск, (1974-2022) – URL: <https://iro86.ru/index.php/meropriyatiya/seminary/1824-seminar-dlya-obrazovatelnykh-organizatsij-imeyushchikh-priznaki-neobektivnosti-otsenivaniya-po-rezultatam-vserossijskikh-proverochnykh-rabot-za-2023-god-28-fevralya-2024-goda> (дата обращения: 20.07.2024).

8. Статистико-аналитический отчет о результатах государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования в 2023 году в Ханты-Мансийском автономном округе – Югре. – Текст : электронный // Автономное учреждение дополнительного профессионального образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры «Институт развития образования» : сайт / – Ханты-Мансийск, (1974-2022) – URL: <https://iro86.ru/index.php/zhurnaly/materialy-otchety/2023-3/587-statistiko-analiticheskij-otchet-o-rezultatakh-gosudarstvennoj-itogovoj-attestatsii-po-obrazovatelnyim-programmam-srednego-obshchego-obrazovaniya-v-2023-godu-v-khanty-mansijskom-avtonomnom-okruge-yugre/file> (дата обращения: 20.07.2024).

Составители:

Луценко Эльза Ильясовна

Под редакцией

Клюсовой Виктории Викторовны, кандидата педагогических наук, доцента

Рекомендации

по совершенствованию преподавания учебного предмета «Математика» (профильный уровень) для всех обучающихся, организации дифференцированного обучения школьников с разным уровнем предметной подготовки на основе выявленных типичных затруднений и ошибок участников единого государственного экзамена в Ханты-Мансийском автономном округе – Югре за 2023-2024 учебный год/

Оригинал-макет изготовлен методическим отделом
АУ «Институт развития образования»

Формат 60*84/16. Гарнитура Times New Roman.
Заказ № 845. Усл. п.л. 3,0. Электронное издание.

АУ «Институт развития образования»

628012, Ханты-Мансийский автономный округ – Югра,
г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова, 12, строение «А»